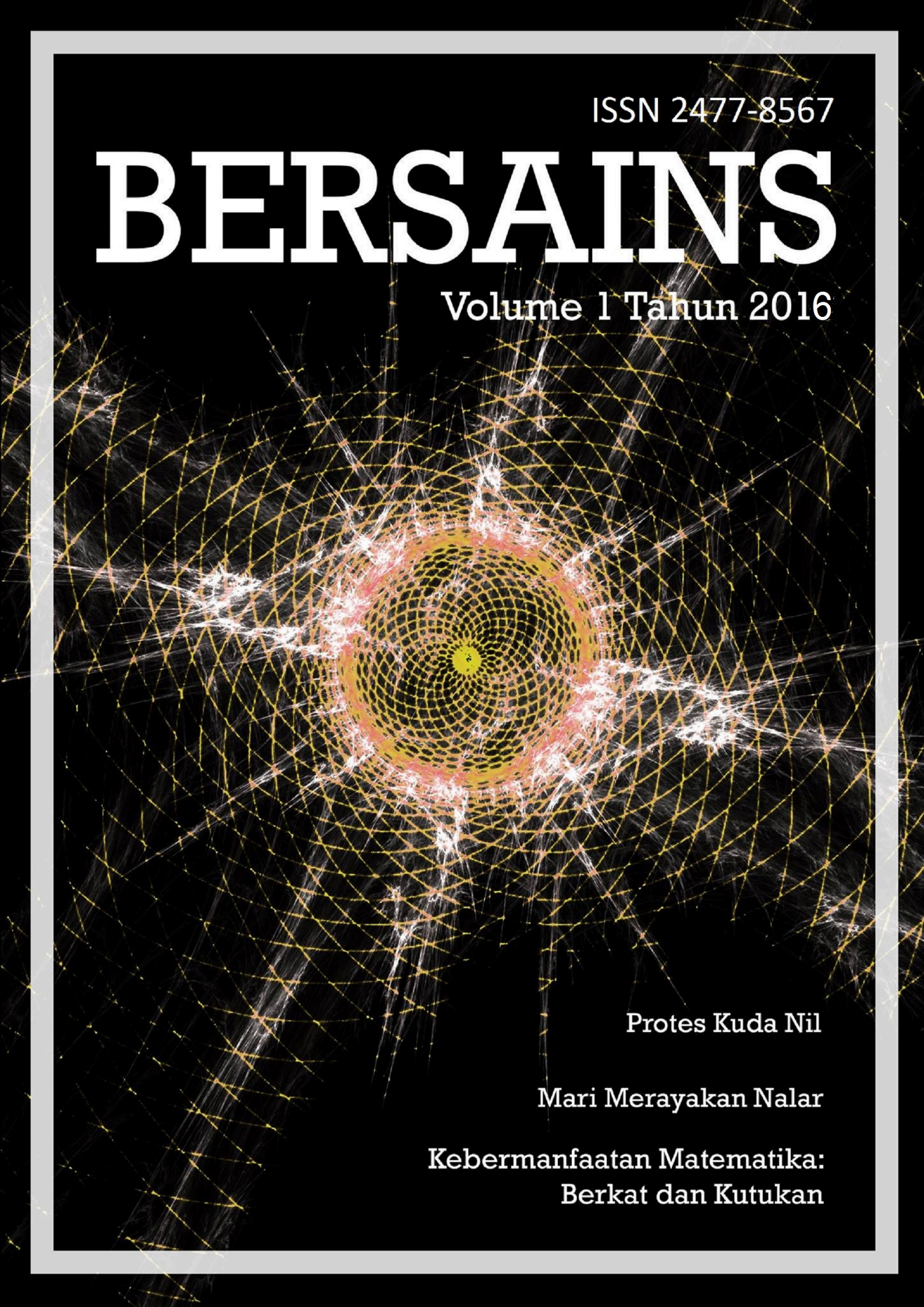
ISSN 2477-8567

BERSAINS

Volume 1 Tahun 2016



Protes Kuda Nil

Mari Merayakan Nalar

Kebermanfaatan Matematika:
Berkat dan Kutukan

BERSAINS | Volume 1 Tahun 2016

ISSN 2477-8567

Majalah **BERSAINS** diterbitkan khusus untuk mendiseminasikan artikel-artikel sains dalam arti luas (termasuk matematika, sains sosial, dan sains rekayasa), yang ditulis oleh para akademisi dan telah dimuat di blog bersains.wordpress.com.

Bagi para akademisi atau peneliti yang tergerak untuk berkontribusi, kirimkan artikel yang telah diketik dengan Microsoft Word, 8-12 halaman A4 (termasuk gambar dan biodata singkat di akhir artikel), 1.5 spasi, huruf Times New Roman ukuran 12 pt, kepada Editor Pelaksana melalui email ke alamat hgunawan82@gmail.com.

Artikel tidak harus menyajikan hasil penelitian terbaru. Isi artikel diharapkan memberikan informasi penting dan menarik, yang mungkin belum banyak diketahui masyarakat. Pembaca yang disasar adalah masyarakat umum, bukan kalangan peneliti atau akademisi.

Walau majalah ini bukan jurnal atau buletin ilmiah, rujukan tetap disarankan, khususnya bila ada bagian dari tulisan yang diambil dari sumber lain. Sebagai karya tulis, plagiarisme seyogianya dihindari. Sehubungan dengan itu pula, penulis harus menjamin bahwa artikel yang dikirimkan ke **BERSAINS** tidak pernah diterbitkan di media lain dalam bentuk yang sama.

Artikel yang masuk akan ditinjau dan bila diterima akan disunting dan diketik ulang sesuai dengan *template* yang kami tetapkan. Sebelum artikel diterbitkan, kami akan mengirimkan naskah yang telah kami edit untuk diperiksa oleh penulis.

Editor Kepala : Bambang Hidayat (AIPI)
Editor Pelaksana: Hendra Gunawan (ITB)
Dewan Editor : B. Hidayat, H. Gunawan, dan L. Wilardjo
Asisten Editor : Sari Alessandra, Zulfikar Fahmi, dan M. Rifqi Abidin

DAFTAR ISI

1-8 **Protes Kuda Nil**
L. Wilardjo

9-17 **Catatan Kecil tentang Burung**
Nirwan Ahmad Arsuka

19-26 **Digital Image Watermarking: *A Picture Can Hide a Thousand Words***
Iwan Setyawan

27-32 **Mari Merayakan Nalar**
Galih Prasetya Utama

33-39 **Kebermanfaatan Matematika: Berkat dan Kutukan**
Iwan Pranoto

41-47 **Nobel Fisika Berkat Sigupa**
L. Wilardjo

49-55 **Archimedes dan Taksiran Bilangan π**
Hendra Gunawan

57-63 **Penjahit Bego**
L. Wilardjo

65-72 **Unsur "Tanah Jarang" nan Berlimpah**
Andy Yahya Al Hakim

73-83 **Goresan Angka Sang Citralekha**
Agung Prabowo

85-86 **Biodata Penulis**

Majalah **BERSAINS** diterbitkan setahun sekali (dalam bentuk *softcopy*) oleh **Common Room Networks Foundation**, Bandung.

Desain sampul Vol. 1 (2016) oleh Aditya F. Ihsan.

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 1-8

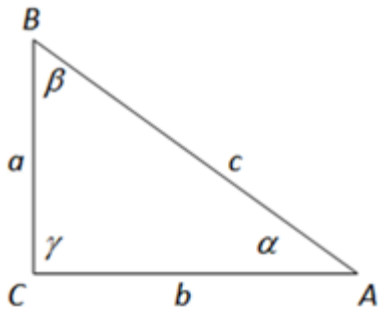
Protes Kuda Nil

L. Wilardjo

Dari pelajaran planimetri (ilmu ukur bidang), anak-anak SD pun sudah tahu *dalil Pythagoras*, yakni bahwa dalam sebarang segitiga siku-siku jumlah kuadrat sisi-sisi siku-sikunya sama dengan kuadrat sisi miringnya.

Dalam segitiga *ABC* (Gambar 1), sisi *a* dan *b* ialah sisi-sisi siku-siku, dan *c* sisi miring-nya. Maka menurut dalil Pythagoras,

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ ..... } (1)$$



Gambar 1

Sudut α, β, dan γ berturut-turut disebut sudut alas, sudut puncak, dan sudut siku-siku, artinya $\gamma = 90°$. Dalam Gambar 1, γ juga merupakan sudut alas.

Kita tidak tahu bagaimana Pythagoras (572 – 497 SM) menemukan dalilnya itu. Apakah secara empiris, dengan mengukur sisi-sisi berbagai bentuk segitiga siku-siku, lalu menyimpulkan relasi antara kuadrat sisi-sisi itu? Atau secara intuitif, seolah-olah tiba-tiba begitu saja dalil itu terbersit di dalam pikirannya? Entahlah!

Kita bahkan tidak tahu dengan pasti, apakah dalil itu ditemukan oleh Pythagoras sendiri, atau oleh salah seorang pengikut atau muridnya. Pokoknya dalil itu diatribusikan pada Pythagoras.

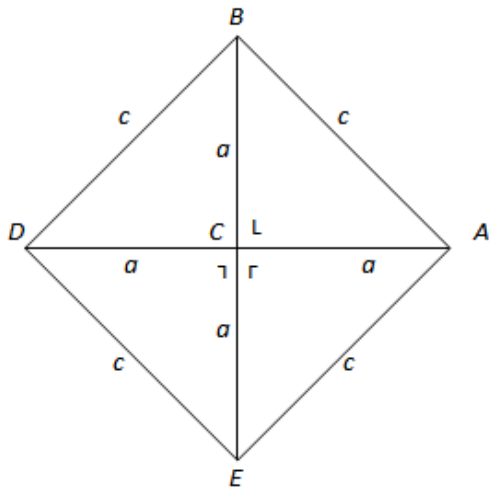
Dalil Pythagoras konsisten dengan geometri Euklides (sekitar 300 SM) yang dibangun oleh Euklides secara aksiomatis sekitar dua abad kemudian. Aksioma ialah asumsi dasar yang kebenarannya dianggap sudah jelas dengan sendirinya, dan dipakai sebagai titik tolak penelaahan selanjutnya. Berbeda dengan aksioma-aksioma Euklides yang tidak (usah) dibuktikan, dalil harus dibuktikan kebenarannya. Tak terkecuali dalil Pythagoras.

Untuk segitiga siku-siku sama kaki, pembuktiannya dapat dilakukan oleh seorang bocah, anak budak, yang barang tentu tidak bersekolah. Pembuktian ini diperagakan oleh Sokrates di depan Meno, sahabatnya, dan disaksikan oleh Plato, yang mencatat deskripsi peristiwa itu dan menerbitkannya. Si bocah anak budak itu dibimbing Sokrates dengan se-rangkaian pertanyaan, yang dijawab oleh si bocah, sehingga ia menemukan sendiri bukti kebenaran dalil Pythagoras. Ringkasnya begini, lukislah sebuah segitiga siku-siku sama kaki *ABC* dengan alas *CA*. Lalu lukislah tiga lagi segitiga siku-siku sama kaki yang sama (dan tentunya sebangun) dan susunlah keempat

segitiga itu sehingga membentuk bujur sangkar (Gambar 2).

Luas segitiga sama dengan setengah alas kali tinggi. Jadi keempat segitiga siku-siku sama kaki itu luasnya masing-masing

$$\frac{1}{2}\, a \times a = \frac{1}{2}\, a^2 \text{ ..... (2)}$$



Gambar 2

Luas bujur sangkar *ABDE* sama dengan empat kali lipat luas masing-masing segitiga pembentuk (konstituen)-nya. Maka luasnya ialah

$$4 \times \frac{1}{2}\, a^2 = 2\, a^2 = a^2 + a^2 \text{ ..... (3)}$$

Tetapi luas bujur sangkar sama dengan kuadrat rusuknya, jadi luas bujur sangkar *ABDE* ialah

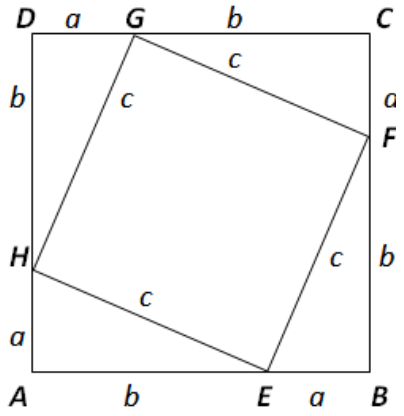
$$c^2 \text{ ..... (4)}$$

Dari persamaan (3) dan (4) kita dapatkan

$$a^2 + a^2 = c^2 \text{ ..... (5)}$$

sesuai dengan dalil Pythagoras.

Untuk segitiga siku-siku sembarang, dalil Pythagoras dapat dibuktikan dengan banyak cara. Bhaskara di abad XII membuktikan dalil Pythagoras dengan cara seperti yang tampak pada Gambar 3. Bujur sangkar ABCD rusuk (sisi)nya $(a + b)$, sedang bujur sangkar EFGH rusuknya c. Segitiga-segitiga siku-siku AEH, BFE, CGF dan DHG semuanya sama dan sebangun.



Gambar 3

Dari Gambar 3 jelas bahwa luas bujur sangkar besar sama dengan luas bujur sangkar kecil ditambah dengan empat kali luas segitiga siku-siku, atau:

$$(a + b)^2 = c^2 + 4(ab/2)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \qquad \text{[Q.E.D]}$$

Cara lainnya yang juga anggun adalah dengan menyadari bahwa luas segitiga siku-siku sama dengan kuadrat sisi miringnya dikalikan dengan fungsi f tertentu dari salah satu sudut lancipnya (lihat Gambar 4). Sudut C ialah sudut siku-siku di puncak segitiga *ABC*. Sisi miringnya ialah c, yang menjadi alas segitiga itu, dan salah satu sudut alasnya ialah β. Maka luas (ℓ) segitiga itu ialah

$$\ell = a^2 f(\beta) \text{ ..... (7)}$$

Secara kematraan persamaan (7) benar, sebab matra (dimensi) ℓ ialah $[L^2]$ dan matra a ialah $[L]$, sedangkan sudut β, dan dengan demikian juga fungsi $f(\beta)$, nirmatra (tidak berdimensi). Lagi pula, bila alas c dan salah satu sudut alasnya, misalnya β, sudah ditentukan, maka segitiga

siku-siku itu sudah tertentu secara amung (*uniquely determined*).

Tariklah garis tinggi *CD* dalam segitiga *ABC*. Maka kita sekarang mempunyai tiga segitiga siku-siku yang sebangun, yakni *ABC, ACD,* dan *CBD*, masing-masing dengan "alas" (sisi miring) c, b, dan a, yang luasnya berturut-turut ialah $c^2f(\beta)$, $b^2f(\beta)$, dan $a^2f(\beta)$.

Dari Gambar 4 jelaslah bahwa

$$c^2f(\beta) = b^2f(\beta) + a^2f(\beta),$$

atau, dengan pengaturan ruas dan suku-sukunya,

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{(Q.E.D.)}$$

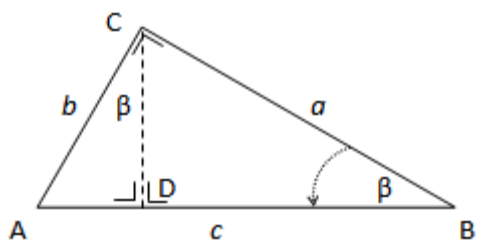
Jika sisi miring segitiga siku-siku dijadikan alas segitiga itu, luas segitiga tersebut sama dengan kuadrat alas kali fungsi tertentu dari sudut alasnya. Jadi (lihat Gambar 4)

$$\ell = c^2 f(\beta) = c^2 f(\alpha)$$

Dapat ditunjukkan bahwa $f(\beta) = \frac{1}{4}\sin 2\beta$. Jelaslah bahwa $f(\beta) = f(\alpha)$, sebab

$$\begin{aligned}\sin 2\beta &= 2 \sin\beta \cos\beta \\ &= 2 \sin\ (90° - \alpha) \cos (90° - \alpha) \\ &= 2 \cos \alpha \sin \alpha \\ &= \sin 2\alpha,\end{aligned}$$

sebab α dan β merupakan penyiku (komplemen) satu sama lain.



Gambar 4

Einstein

Sebelum Albert Einstein menerbitkan makalahnya tentang teori Kenisbian Khusus (Relativitas Spesial)[1], Hermann Minkowski, dosennya, mengatakan bahwa Einstein itu "anjing pemalas". Tak ada profesor di ETH (*Eidgenössische Technische Hochschule*) yang mau menjadi pembimbing Einstein untuk membuat disertasi, sehingga ia menjadi kerani di kantor pencatatan permohonan paten, di ibu kota, Bern. Tetapi kemudian Minkowski terkesan dengan Kenisbian Khusus mantan mahasiswa-nya yang bodoh dan pemalas itu, sehingga ia memformulasikan teori itu secara geometris. Ia memakai geometri Euklides, dengan meninjau ruang-waktu caturmatra (berdimensi-4) yang ditetapkan dengan kerangka acuan berupa sistem koordinat Cartesius. Titik asal kerangka acuan ini, namakan saja kerangka acuan *K*, ialah *O*, dan keempat sumbu koordinatnya ialah $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ dan $x_4 = jct$. Tiga koordinatnya yang pertama ialah koordinat-koordinat ruang (spasial), sedang yang ke empat ialah koordinat (yang berkaitan dengan) waktu, t. Dalam x_4, c ialah kecepatan cahaya yang (dianggap) tetap, dan $j = \sqrt{-1}$, satuan bilangan khayal.

Dalam Gambar 5, sumbu-sumbu koor-dinat x dan y, yang tegak lurus terhadap sumbu z, tidak ditunjukkan. Kuadrat jarak P (x, y, z, jct) dari O ialah

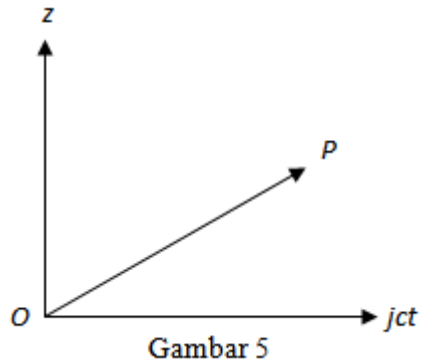
$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \text{ ..... (1)}$$

Jarak ini ditempuh dalam waktu t oleh isyarat elektromagnetik yang merambat dengan ke-cepatan c. Bila dilihat di kerangka acuan K' (x', y', z', jct'), persamaan (1) menjadi

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \text{ ..... (2)}$$

[1] A. Einstein, "Zur elektrodynamik bewegter Koerper", *Annalen der Physik* **17**, p 891 (1905).

Bayangkan bahwa pada saat $t = t' = 0$, K dan K', baik titik asalnya, maupun sumbu-sumbunya, berimpit. Kemudian K' bergerak nisbi (relatif) terhadap K pada arah z dengan kecepatan tetap v. Karena jarak (dan karena itu juga kuadrat jarak) ialah besaran skalar, ia tidak berubah, alias karar (*invariant*) bila kita melakukan alihragam (transformasi) dari K ke K'.



Gambar 5

Dengan berasumsi bahwa ruang-waktu (*space-time*) itu homogen dan isotrop, relasi antara (1) dan (2) diberikan oleh :

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = C\,(x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2)$$

dengan C parameter pengubah skala yang merupakan fungsi v. Tetapi dalam alihragam ini x, y dan x', y' tidak terpengaruh, sebab mereka tegak lurus terhadap arah v. Maka $C = 1$ dan (karena $x = x'$ dan $y = y'$) kita mempunyai

$$z^2 - c^2 t^2 = z'^2 - c^2 t'^2 \text{ ..... } (3)$$

Diandaikan bahwa persamaan alihragam itu linear, yakni :

$$\left.\begin{aligned} z' &= a_1 z + a_2 t \\ t' &= b_1 t + b_2 z \end{aligned}\right\} \text{ ..... } (4)$$

Dilihat dari K, titik-asal O' dari kerangka acuan K' letaknya di ($x = 0$, $y = 0$, $z = vt$), sehingga (4.a) memberikan :

$$0 = a_1 vt + a_2 t$$

$$a_2 = -\,a_1 v \text{ ..... } (5)$$

Dengan memasukkan (5) ke dalam (4.*a*) lalu (4) ke dalam (3) kita dapatkan tiga persamaan linear dalam tiga "anu" (*unknown*), yakni a_1, b_1 dan b_2. Penyelesaiannya memberikan:

$$a_1 = b_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c}}} = \gamma$$

$$b_2 = -\frac{v}{c^2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{\beta}{c}\gamma \quad \text{..... } (6)$$

dan dari (5)

$$-a_2 = v\gamma = \beta c\gamma$$

Dengan a_1, a_2, b_1 dan b_2 dari (6), maka (4) menjadi :

$$\left.\begin{aligned} z' &= \gamma\,(z - \beta ct) \\ t' &= \gamma\,(t - \frac{\beta}{c} z) \end{aligned}\right\} \text{ ..... } (7)$$

Maka, lengkapnya, alihragam dari K ke K' yang bergerak nisbi terhadap K dengan kecepatan tetap $\vec{v} = \vec{z}\,v$ diberikan oleh

$$\left.\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y \\ z' &= \gamma\,(z - \beta ct) \\ t' &= \gamma\,(t - \frac{\beta}{c} z) \end{aligned}\right\} \text{ ..... } (8)$$

atau, dalam bentuk matriks,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ jct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\,j\beta\gamma \\ 0 & 0 & -\,j\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ jct \end{pmatrix} \text{ ... } (9)$$

Persamaan (8) atau (9) disebut alihragam Lorentz. Persamaan alihragam ini telah ditemukan lebih dulu oleh Hendrik A. Lorentz, dan kemudian oleh Einstein, dengan cara lain, sebelum Minkowski menyatakannya kembali dalam formulasi geometrisnya, yang dikenal dengan sebutan "dunia Minkowski".

Bilangan x, y, z, dan x_4, jct merupakan komponen-komponen dari vektor-4 x_μ (μ = 1, 2, 3, 4) yang memberikan koordinat-koordinat ruang dan waktu dalam ruang-waktu caturmatra dunia Minkowski. Ada vektor-vektor-4 lain, seperti vektor-4 kecepatan, vektor-4 pusa-tenaga (momentum-energi) dan vektor-4 perambatan-frekuensi. Vektor-4 pusa-tenaga, misalnya, mempunyai komponen-komponen p_x, p_y, p_z, dan $j\frac{E}{c}$, dan dapat disingkat $p_\mu = \left(\vec{p}, j\frac{E}{c}\right)$.

Karena kuadrat vektor adalah skalar (dan karena itu karar), maka relasi transformatif antara p_μ di K dan p'_μ di K', bila K' bergerak nisbi terhadap K dengan kecepatan tetap $\vec{v} = \hat{z}\,v$, ialah

$$p'_\mu = L_{\mu_v} p_v \quad \text{.....} \quad (10).$$

Di sini L_{μ_v} ialah tensor peringkat-2 dan p'_μ dan p_v pusa-4 berturut-turut di K' dan di K'. Indeks $/\mu$ dan v yang nilainya dari 1 sampai 4, dan indeks kembar dalam satu suku otomatis dijalankan (dijumlahkan) dari 1 sampai 4. Aturan ini disebut konvensi penjumlahan Einstein. Dalam representasi matriks, L_{μ_v} ialah matriks dalam persamaan (9).

Tinjaulah zarah yang di K pusa dan tenaganya p_μ dan di K' pusa dan tenaganya p'_μ. Kalau di K zarah itu bergerak, sedang di K' tidak bergerak [dengan kata lain, rihat (*at rest*)], maka $p_\mu = \left(\vec{p}, j\frac{E}{c}\right)$, dan di K', $p'_\mu = \left(O, j\frac{E_0}{c}\right)$, sebab $E' = E_0 = m_0c^2$, yakni tenaga rihat (*rest energy*) zarah tersebut, yang massa rihatnya m_0. Maka kita dapatkah dari kekararan kuadrat vektor-4 itu,

$$p^2 - \frac{E^2}{c^2} = 0 - \frac{(m_0c^2)^2}{c^2},$$

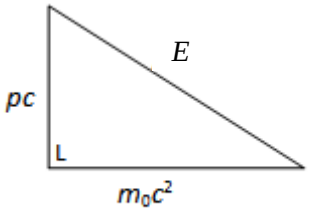
atau

$$(pc)^2 + (m_0c^2)^2 = E^2 \quad \text{.....} \quad (11)$$

Persamaan (11) berbentuk Pythagoras dan dapat digambarkan dengan segitiga siku-siku (gambar 6). Ternyata relasi matematis yang ditemukan Pythagoras muncul lagi 2,4 milenia kemudian dalam teori Kenisbian Khusus Einstein.

de Broglie

Louis Victor de Broglie ialah putra keluarga ningrat yang terpandang di Perancis. Ia mahasiswa di bidang Humaniora. Di Universitas Paris ia mengambil konsentrasi dalam apa yang di Eropa Daratan, seperti di Belanda, disebut vak-vak alfa. Yang ditelaah dalam studinya ialah matakuliah-matakuliah seperti Filsafat, Etika, Kesusastraan, Bahasa Latin, Retorika dsb.



Gambar 6

Di rumah keluarga de Broglie, abangnya Louis, yakni Maurice, sering melakukan eks-perimen Fisika. Maurice de Broglie memang bukan fisikawan sekaliber Niels Bohr atau Wolfgang Pauli, tetapi tentulah ia bukan fisikawan "kacangan", sebab Einstein dan Lorentz mengenalnya. Ia adalah dosen Fisika Eksperimental di Fakultas Sains Universitas Paris.

Karena pengaruh Maurice, Louis de Broglie menjadi tertarik kepada Fisika. Pada waktu itu Einstein sudah tersohor, dan sudah merampungkan teori Relativitas Umumnya, meskipun belum diuji secara eksperimental, dan barangkali masih memerlukan sentuhan-sentuhan akhir (*finishing touches*) di sana-sini.

Louis de Broglie sangat tertarik untuk mendalami Teori Relativitas Einstein itu. Dengan diam-diam ia mempelajari sendiri teori itu, secara otodidak.

Ketika Perancis diserbu tentara Kekuatan Sentral[2] dalam PD-I, Louis de Broglie ikut membela negaranya sebagai sukarelawan. Di sela-sela tugas dinasnya, di waktu istirahat, ia terus mempelajari teori Einstein.

Setelah PD-I usai dan tes pertama terhadap teori Relativitas Umum dilakukan Arthur Edington dengan sukses dalam ekspedisinya di Pulau Principe, di lepas pantai Afrika Barat, keterpukauan Louis de Broglie pada teori itu tidak surut. Ia bahkan membuat makalah dengan menarik analogi dari Relasi Pythagoras-an yang ada dalam Relativitas Khusus Einstein (Gambar 6).

Dengan sangat berani, Louis de Broglie berasumsi bahwa pencatuan (kuantisasi) cahaya Planck-Einstein

$$E = h\,c\,/\,\lambda$$

berlaku pula untuk zarah-zarah bermassa, dengan tenaga nisbian (energi relativistik) zarah itu:

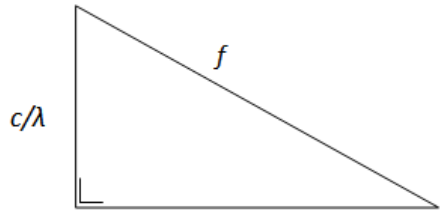
$$E = E_0 + E_k\,;$$

[E_k = energi kinetik = $(\gamma - 1)\,E_0$, $E_0 = m_0\,c^2$ = energi rihat (*rest energy*), $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$]. Maka, relasi Pythagoras-an di atas beranalogi dengan yang diperlihatkan dalam Gambar 7 di bawah ini.

Dalam penyinaran benda hitam Plank dan dalam efek fotoelektrik Einstein

$$E = pc \text{ dan } f = c/\lambda$$

Maka Louis de Broglie dengan beraninya berasumsi secara analogis, bahwa pusa (*momentum*) p berbanding terbalik dengan riak-gelombang λ, dan relasi ini berlaku tidak hanya untuk foton cahaya yang nirmassa, tetapi juga untuk zarah-zarah bermassa, seperti elektron misalnya.



Kararan anu

Gambar 7

Karena dalam relasi Pythagoras-an Einstein, kaki yang kedua (yaitu alas segitiga siku-siku) adalah kararan (*invariant*), yakni energi rihat $m_0\,c^2$, maka kaki kedua dalam segitiga siku-sikunya de Broglie pastilah sebuah kararan juga. Apa sebenarnya kararan itu, ia belum tahu. Karena itu, dalam relasi Pythagoras-an de Broglie kararan itu saya sebut "kararan anu" (*unknown invariant*). Pada hemat saya, kararan itu ialah m_0c^2/h.

Agar relasi Pythagoras-an de Broglie benar secara kematraan (*dimensionally*) dan sesuai dengan relasi Pythagorasan Einstein, de Broglie menetapkan bahwa

$$p = h/\lambda$$

Ini mengungkapkan apa yang kemudian disebut keseduaan zarah-gelombang (*particle-wave duality*). Zarah yang bergerak dengan pusa p sedua dengan gelombang yang riak-gelombangnya

$$\lambda = h/p$$

Louis de Broglie sendiri menyebut karya teoretisnya sebagai "skema formal yang sub-

[2] Jerman Raya (termasuk Cheko-Slovakia) dan Austro-Hungaria, yang didukung Bulgaria dan Turki.

stansi fisikanya belum ditentukan". Pada waktu itu (1924) konfirmasi eksperimental dari "teori undulasi" itu juga belum ada.

Teorinya itu diajukan ke universitas Paris sebagai disertasi untuk memperoleh gelar doktor Fisika. Fakultas Sains di universitas itu bagaikan mendapat lemparan bola panas. Masalahnya dilematis: Untuk menerima disertasi itu, Universitas Paris tidak berani, sebab Louis de Broglie dalam Fisika bukan siapa-siapa. Lagi pula asumsi dalam disertasinya asli *banget* dan *kelewat* berani. Bagaimana kalau Universitas Paris menuai cemoohan para fisikawan di universitas-universitas lain di Eropa?

Akan tetapi, untuk menolak disertasi itu Universitas Paris juga tidak berani, karena Louis de Broglie seorang bangsawan bergelar pangeran, dan keluarga de Broglie sangat dihormati di Perancis.

Maka profesor Paul Langevin, fisikawan teori di Fakultas Sains, menunjukkan disertasi de Broglie kepada Einstein dan minta pendapatnya. Kata Einstein "Kelihatannya memang gila, tetapi karya ini benar-benar bagus."

Hingga akhirnya disertasi de Broglie pun diterima untuk dipertahankan di Universitas Paris, dengan Prof. Paul Langevin sebagai promotornya.

Louis de Broglie bukan saja lulus tetapi kemudian (1929) ia memperoleh hadiah Nobel berkat disertasinya itu. Itu tentulah karena konfirmasi eksperimental dari keseduaan zarah-gelombang de Broglie itu diberikan oleh Clinton J. Davisson di Amerika, dan oleh George P. Thomson (putra J.J. Thomsom), di Inggris. Keduanya juga danugerahi hadiah Nobel dalam Fisika (1937). Sampai sekarang ya baru Louis de Broglie saja yang disertasi doktor Fisika-nya membuatnya menjadi pemenang hadiah Nobel.

Sebelum ada konfirmasi eksperimental dari Davisson dan dari Thomson, untuk meyakinkan kebenaran keseduaan zarah-gelombang de Broglie, ditunjukkan bahwa

$$p = h/\lambda$$

konsisten dengan postulat Bohr

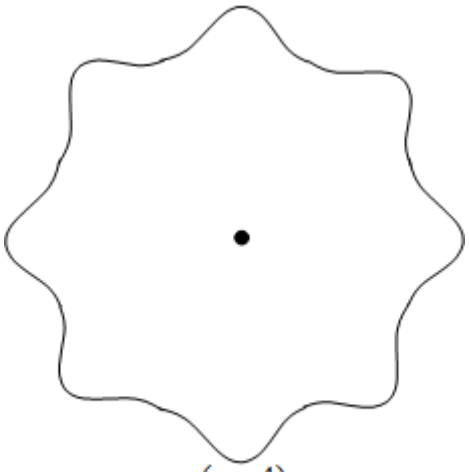
$$\ell = n\hbar \ (n = 1, 2, ...),$$

dengan menyatakan bahwa keliling orbit elektron yang mengedari inti atom H merupakan kelipatan utuh (*integral multiple*) riak-gelombang de Broglie.

$$C = 2\pi r = n\lambda \ (n = 1, 2, ...)$$

Maka $r = n\frac{\lambda}{2\pi} \rightarrow \ell = rp = \frac{n\lambda}{2\pi} \cdot \frac{h}{\lambda} \rightarrow \ell = n\left(\frac{h}{2\pi}\right)$ atau $\ell = n\hbar \ (n = 1, 2, ...)$

Tetapi konsistensi itu tidak terlalu meyakinkan dan bisa dianggap hanya suatu kebetulan. Hal ini dikarenakan orbit elektron yang berupa lingkaran dalam teori Bohr hanya berupa suatu pendekatan.



$(n = 4)$

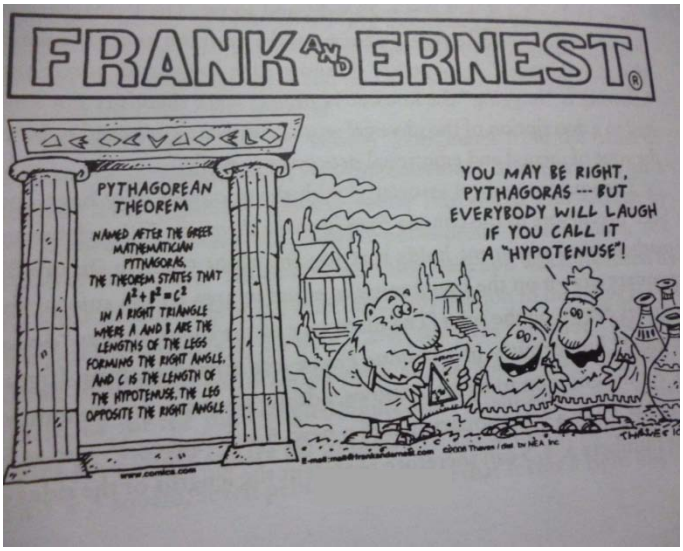
Gambar 8

Teori itu kemudian dikoreksi oleh Arnold Sommerfeld dengan orbit eliptik dan energi elektron yang relativistik. Teori itu kemudian digarap lagi dalam Mekanika Kuantum oleh Erwin Schroedinger dan dalam Mekanika Kuantum Nisbian oleh Paul A.M. Dirac.

Kuda Nil

Buah pikiran Pythagoras, melalui dalilnya, bisa dikatakan membenih (*seminal*). Dalil itu "mengilhami" bentuk matematis yang sama, yang tadi saya sebut relasi Pythagorasan Einstein. Kemudian buah karya Einstein itu "membenihkan" relasi Pythagorasan de Broglie. Jadi, kira-kira dua setengah milenia sesudah ditemukan, dalil Pythagoras itu "mengantarkan" empat orang fisikawan menjadi terkenal. Tiga di antaranya, yakni de Broglie, Davisson, dan Thomson, memperoleh hadiah Nobel. Yang ke-empat ialah Einstein. Ia pun mendapat hadiah Nobel, tetapi untuk karyanya tentang fotoemisi.

Toh ada yang memprotes Pythagoras. Dua sekawan kartunis, Frank dan Ernest, membuat kartun seperti di bawah ini. Dua ekor kuda nil protes, sebab Pythagoras menyebut sisi miring segitiga siku-siku "*hypotenuse*". Nama ini dianggap menyerempet nama mereka, yakni "*hipopotamus*". Dasar kuda nil rewel! "*Hypotenuse*" kan cukup jauh berbeda — baik ejaannya, maupun lafaznya, dari "*hipopotamus*". Apalagi kalau dengan nomenklatur lengkapnya, yakni "*hippopotamus amphibius*".***



Gambar 9. M. Livio: *Is God a Mathematician*?

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 9-17

Catatan Kecil tentang Burung

Nirwan Ahmad Arsuka

The essence of Mathematics resides in its freedom.

— George Cantor

Hubungan antara matematika dan puisi agaknya memang lebih erat daripada hubungan antara manusia dengan benak di tengkoraknya. Namun, para penyair ternama yang sudah wafat seperti John Keats ketika menulis *Lamia*, atau Edgar Allan Poe saat menggarap *Sonnet — To Science* sebelum merampungkan *Eureka*, atau Walt Withman ketika mengarang *When I heard the learn'd astronomer*, tampaknya belum mampu melihat hubungan erat itu. Begitu juga mereka yang masih hidup dan mengira matematika dan puisi sebagai dua hal yang tumbuh di kutub yang bertentangan, dan karena itu saling meniadakan. Pandangan yang sedikit lebih baik, meski tetap dangkal juga, akan mengatakan bahwa matematika dan puisi, atau sastra, memang tak bermusuhan, tapi dua hal itu betapa pun tak setara, dan sastra sungguh lebih unggul, lebih menakjubkan, daripada matematika. Pandangan kedua ini terasa juga dalam karya tebal novelis Jepang yang paling menonjol di dunia saat ini, Haruki Murakami.

Di paruh pertama novel *IQ84* yang peluncurannya disambut gegap gempita di Eropa dan Amerika itu, Murakami menulis begini tentang matematika dan sastra:

> *Where mathematics was a magnificent imaginary building, the world of story as represented by Dickens was like a deep, magical forest for Tengo. When mathematics stretched infinitely upward toward the heavens, the forest spread out beneath his gaze in silence, its dark, sturdy roots stretching deep into the earth. In the forest there were no maps, no numbered doorways.... Tengo began deliberately to put some distance between himself and the world of mathematics, and instead the forest of story began to exert a stronger pull on his heart... Someday he might be able to decipher the spell. That possibility would gently warm his heart from within.*

Di paragraf sebelumnya di bagian yang sama, Tengo, si tokoh utama pria, memang sudah menegaskan:

> *Math is like water. It has a lot of difficult theories, of course, but its basic logic is very simple. Just as water flows from high to low over the shortest possible distance, figures can only flow in one direction. You just have to keep your eye on them for the route to reveal itself. That's all it takes. You don't have to do a thing. Just concentrate your attention and keep your eyes open, and the figures*

make everything clear to you. In this whole, wide world, the only thing that treats me so kindly is math.

Mereka yang cukup kenal dunia matematika, mungkin akan sedikit mengerutkan dahi membaca pengakuan Tengo itu. Kendati pernyataan Tengo tentang matematika yang mirip air itu ada benarnya, namun matematika jauh lebih membuai, lebih beraneka sekaligus menggoncang dari yang dipahami Tengo.

Jika ikhwal yang dibicarakan adalah khazanah berhitung klasik, kita memang bisa setuju dengan kalimat lugu Tengo di atas. Atau kalimat yang ini: *What do I like about math? When I've got figures in front of me, it relaxes me. Kind of like, everything fits where it belongs.* Di wilayah yang menampung khazanah matematika yang tumbuh sejak dari zaman Mesir dan Mesopotamia Kuno hingga Arab abad ke-14 itu, matematika memang mungkin agak mirip telaga bening di senja hari ketika musim tanam sudah usai dan bilah-bilah daun padi dan gandum mulai tumbuh menjurai. Persamaan matematika mungkin mirip air dalam bejana berhubungan di kelas atau jaringan pancuran kecil di kuil di mana gerakan benda yang sejuk tembus pandang itu bisa dengan mudah diikuti dengan tenang, dan tak lagi menyisakan sejumlah soal gelap yang tak terpecahkan.

Tapi bermain dengan matematika, dalam pengalaman, bukanlah sekedar seperti bermain di air tenang, yang menentramkan dan membilas rasa bosan. Efek bermain dengan bilangan dan simbol matematis jauh lebih memabukkan daripada itu. Bermain dalam matematika lebih mirip dengan menari hingga kesurupan, dalam dunia yang transparan, atau lebih tepat lagi, dalam semesta di mana matra ruang dan waktu menguap. Sebuah soal matematika yang diketahui dan dirumuskan jelas, akan membuat kita juga mengetahui penyelesaiannya bahkan sebelum penyelesaian itu dimunculkan dalam waktu. Dan penyelesaian itu hanya satu, tidak bisa yang lain. Sebaliknya, jika kita tahu sebuah penyelesaian, kita bisa menerka secara tepat, asal-usulnya, bahkan ketika asal-usulnya sudah dihilangkan dalam waktu. Matematika yang mengatasi ruang dan waktu itu, membebaskan diri juga dari latarbelakang kecerdasan yang menggarapnya.

Universalitas matematika yang bisa membuat kita bisa secara kognitif bolak balik dalam arus waktu, bebas melitas ke mana pun dalam ruang, dan merasa cukup pegangan untuk bercakap dengan berbagai bentuk kecerdasan yang kurang lebih setara, tentu saja punya pengaruh hebat. Kita menjadi pusat yang memainkan dan mengendalikan segala persamaan sesuka hati kita, dan itu memberi sensasi yang luar biasa. Di puncak ekstase matematis yang bisa berlangsung berbulan-bulan itu, Bumi memang bisa terasa menyusut, gravitasi menipis, dan kita melangkah dengan kaki yang enteng seperti di permukaan Bulan. Dengan senyum tipis di bibir dan pendar cerah di mata, kita melangkah ringan di sebuah semesta di mana ruang menyublim dan segenap masa silam dan masa depannya seakan berada dalam genggaman. Tak aneh bila matematikawan sekaligus ilmuwan terbesar Yunani Klasik, Archimedes Syracuse, sampai bisa berkata: beri aku tempat bertumpu, dan akan aku pindahkan dunia ini.

Di sini matematika memang mirip puisi yang membubung seperti burung halilintar: mereka terbang meledakkan cahaya sembari meremehkan batas-batas. Jika puisi meretas — dan dengan itu memperluas — cakrawala bahasa, matematika mengatasi matra ruang dan waktu, dan dengan itu merangkum semesta raya. Semesta fisik selalu mengandaikan ruang dan

waktu, sementara semesta matematis tidak selalu. Ada tak terhingga Bilangan Prima yang begitu besar yang jumlahnya melampaui seluruh partikel di alam semesta fisik, dan untuk menuliskan angka desimalnya diperlukan waktu yang jauh lebih panjang dari usia alam semesta. Dalam permainan yang meremehkan batas-batas itu, para genius matematika memang bisa tampak gila. Jika mereka yang cerdas dan berbakat, meminjam Arthur Schopenhauer, hanya sanggup mengejar buruan yang orang lain tak sanggup tangkap, para genius akan mengejar buruan yang orang lain sama sekali belum pernah lihat. Dan sering kali, para genius ini memburu sasaran yang bahkan mereka sendiri belum pernah lihat sebelumnya, yang me-rongrong mereka untuk tersesat semakin jauh ke masa depan. Dan ketika mereka mendarat kembali ke kehidupan jamannya, mereka seperti pulang membawa pengalaman dan pandangan dunia yang lahir 100 tahun lebih awal. Dan itu bisa berarti mereka sekaligus menyisipkan ke dunia sebuah bencana yang datang 100 tahun lebih awal.

Itulah yang mulai terjadi di sekitar rekahnya fajar abad ke-19, ketika sejumlah matematikawan mulai membangun ulang mate-matika di atas dasar yang jauh lebih kokoh dari sekedar akal sehat – di atas landasan logika yang benar-benar ketat dan tangguh. Tanpa sejilid manifesto yang menggetarkan, mereka me-lancarkan gerakan yang membebaskan mate-matika dari kalkulasi untuk melayani langsung kebutuhan sains dan teknologi, terutama kebutuhan perang dan konstruksi, dan bekerja membangun matematika yang meng-hanyutkan diri dalam kebebasan penciptaan struktur-struktur baru, bahasa baru, pandangan semesta baru. Matematika yang tak peduli pada dunia dan tak berharap punya rujukan di kenyataan fisik itu hanya tertarik untuk menjawab tantangan dan kebutuhan formal yang muncul dari diri matematika itu sendiri.

Sebelum masuknya abad ke 19, para matematikawan boleh dikata mengandalkan akal sehat dan intuisi mereka yang terlatih, dan memvisualkan pemikiran mereka dalam perangkat mekanik dan geometri yang realistis. Geometri yang selama ribuan tahun ber-kembang hanya di bidang datar, mulai di-terapkan di bidang lengkung, dengan dimensi yang lebih banyak dari sekedar 4 dimensi yang kita kenal. Aljabar juga melambung tumbuh. Aljabar klasik menjadi hanya satu kelompok di antara berbagai aljabar tingkat tinggi, di mana satu paragraf komposisi simbol aljabar tradisional diganti dengan satu karakter yang kemudian dimainkan mengikuti hukum aljabar yang ganjil dan non komutatif, di mana $a \times b$ tidak dengan sendirinya sama dengan $b \times a$.

Matematika yang suntuk memburu kemungkinan-kemungkinan yang menantang itu memang menjadi kian abstrak dan menjauh dari pengalaman sehari-hari, serta tak jelas gunanya apa. Bukannya cemas dengan gejala ini, sejumlah matematikawan, seperti Godfrey Harold Hardy misalnya, malah memujanya sebagai sebuah keutamaan. Mereka ini berpendapat bahwa semulia-mulianya matematika adalah yang paling tidak bermanfaat langsung buat umat manusia. Makin tak berguna sebuah matematika, makin luhur pula nilainya. Matematika yang berguna adalah matematika yang ternoda. Matematika yang cantik dan tak berguna tentu saja jauh lebih bernilai dari matematika yang sudah berguna buruk rupa pula. Tapi, selama keketatan logis dan keindahan formal dihormati, maka betapa-pun tingginya matematika terbang melampui batas-batas, hanya soal waktu saja burung halilintar itu akan beralih rupa menjadi bangau yang merendah menyambut gravitasi dan

akhirnya hinggap di bentangan sawah kebergunaan. Di sisi lain, ketaksukaan pada kebergunaan praktis itu bisa membuat matematikawan makin bersemangat untuk menghasilkan matematika yang sedapat mungkin tak berguna, tak peduli jika matematika liar seperti itu belum dapat ditakar nilai ilmiahnya; bahkan untuk di anggap salah pun tidak, *not even wrong*. (Di film pendek besutan Edward Frenkel dan Reine Graves, *Rites of Love and Math*, sang matematikawan berupaya menyembunyikan rumus rahasianya dari mata dunia yang ingin memanfaatkannya dengan menorehkan rumus itu dalam wujud *tattoo* di tubuh kekasihnya.)

Tak semua matematikawan di paruh kedua abad ke-19 dan paruh pertama abad ke-20, dapat segera menerima pengetatan dan penjelajahan matematika itu. Ada yang bahkan beranggapan bahwa gerakan itu berbahaya, dan korban terbesarnya adalah khazanah matematika itu sendiri yang sudah dibangun manusia selama 4000 tahun. Segala hal yang tadinya sudah tampak duduk anteng di tempatnya masing-masing, mendadak terbongkar berhamburan. Langit kepatsian (*certainties*) yang selama berabad-abad membimbing para pemikir cemerlang, telah rontok dari tempatnya. Samudera ketidakpastian (*uncertainties*) yang selama itu telah dijinakkan, dibendung dan didesak mundur dari benua kebenaran matematis, justeru tampak terbang naik dan menyapu seluruh cakrawala. Semakin jauh dan semakin bebas para penjelajah matematika itu bertualang, semakin terasa bahwa tembok ruang dan waktu yang tadinya sudah tembus pandang, kini kembali jadi tembok yang kian lama kian kelam, dan matematika pun seperti terkepung oleh kegelapan. Yang tampak terlihat jelas hanyalah taburan berbagai problem matematika yang menolak untuk dipecahkan dan terus merongrong ketenteraman para matematikawan.

Dalam situasi penjelajahan di tepi cakrawala di mana sebagian matematikawan pun hanya bisa meraba dalam gelap inilah muncul sejumlah orang yang bisa melihat sekian hal yang sebagian besar ummat manusia tak sanggup cerap — orang-orang yang kerjanya dianggap sebagai kekhusukan pengundang bencana. Di garis terdepan matematika, suasana memang tidaklah sedamai telaga yang dipayungi senja yang turun, dan segala hal duduk nyaman di tempatnya masing-masing, seperti dihayati Tengo. Di garis terdepan, sebagaimana di medan perang, badai berkecamuk, meski mungkin tanpa pertumpahan darah. Di ranah yang gerbangnya disibak oleh George Cantor, David Hilbert, Bernhard Riemann, Kurt Gödel, Alan Turing, dan sejumlah matematikawan raksasa di berbagai penjuru dunia itu, berkobar topan yang telah memakan sejumlah korban.

George Cantor, si penggagas teori himpunan adalah salah satu korban itu sendiri. Upayanya menggarap dan menundukkan ketakterhinggaan yang kemudian melahirkan bilangan *transfinite* (lewat hingga) itu membangkitkan kemarahan dan permusuhan dari sejumlah matematikawan. Henri Poincare, matematikawan Perancis terbesar di era itu yang dijuluki sebagai Sang Universalis Terakhir karena penguasaannya atas semua cabang matematika yang dikenal jaman itu, sempat menyebut upaya Cantor sebagai wabah mengerikan yang merusak disiplin matematika. Sementara Leopold Kronecker, matematikawan Jerman yang mengabdikan hidupnya untuk aljabar dan teori bilangan, selama beberapa waktu menyebut Cantor yang pernah menjadi muridnya itu sebagai dukun palsu yang merusak kaum muda.

Matematika, memang tak sebersahaja yang dituliskan Murakami, atau dihayati Tengo.

Tentang matematika, Tengo hanya sepertiga benar. Bilangan Prima yang tampak jinak dan bersahaja itu, yakni bilangan asli yang lebih besar dari angka 1 yang faktor pembaginya adalah 1 dan bilangan itu sendiri, sampai hari ini belum seluruhnya diketahui seluruh watak dan anggotanya, dan tetap menyimpan sejumlah rahasia yang oleh matematikawan seperti Marcus du Sautoy disebut sebagai "Misteri Terbesar Matematika." Tapi memang, Tengo disebut sebagai guru matematika untuk siswa sekolah menengah saja. Dan citra matematika itu sendiri dipinjam oleh Murakami menjadi perangkat literer untuk menciptakan realitas bayangan: sebuah gelanggang bagi mengalirnya cerita yang dianggap bisa menampung dua bulan di langit Tokyo. Ringkasnya, Murakami memanfaatkan semangat matematika, yang selalu bergerak untuk membuat mungkin hal-hal yang mustahil, *to make possible the impossible*.

Puisi tentu saja juga sanggup menerangi dan menghadirkan yang mustahil, dan itu ia lakukan antara lain dengan melepas bebaskan penggunaan bahasa agar bahasa bisa menyadari sekaligus melampaui batas-batasnya. Matematika menerangi dan menghadirkan yang mustahil dengan cara yang sekilas tampak sebaliknya: mengetatkan penggunaan bahasa dan membuatnya murni representasi operasi logis, dan bukan representasi dunia fisik. Meskipun perlakuan mereka pada bahasa tampak berbeda bahkan bertolak belakang, namun matematika dan puisi modern sama-sama tumbuh dengan menegakkan otonomi "teks". Penghormatan terhadap teks itu membuat upaya menakar nilai sebuah struktur matematika dengan memeriksa korespondensi-nya dengan kenyataan, menjadi upaya yang salah tempat. Meskipun upaya ini bisa dimaklumi untuk kepentingan sains, namun jelas tak relevan bagi kebutuhan matematika. Betapapun, matematika modern memang tak bermaksud membangun korespondensi dengan kenyataan: matematika cuma bergulat untuk menjawab kebutuhan naratifnya sendiri.

Seratus tahun lebih telah berlalu sejak dimulainya penjelajahan besar dan pengetatan matematika yang dikenal sebagai formalisasi matematika itu. Hasilnya yang terlihat selama sekian dekade terakhir adalah matematika modern yang, seperti ditulis oleh David Bergamini, berkembang ke dua arah. Arah yang pertama adalah bersifat ke luar, dihiasi dengan beraneka keberhasilan dan penaklukan – kemampuan untuk menjelaskan dan memecahkan masalah. Arah yang lain bersifat ke dalam berupa perenungan dan pencarian sukma – hakekat dan tujuan dari abstraksi matematis yang paling puncak.

Di antara kegemilangan penaklukannya, matematika modern dapat menyebut dua ranah yang paling hebat yakni teori permainan (*game theory*) dan topologi. Jika teori permainan menggarap analisa strategi, baik itu strategi perang maupun strategi bisnis, topologi menggarap sifat dan gejala berbagai bentuk geometris yang tak berubah ketika bentuk-bentuk itu dipiuh, direntang atau dibalik dari luar ke dalam. Dari semua kebergunaan praktis matematika, yang paling hebat tentu saja adalah Relativitas yang mengubah fisika partikel, astronomi dan kosmologi di Abad ke-20. Teori yang dibuat oleh Albert Einstein itu berutang sangat banyak pada geometri bidang lengkung yang dibangun oleh Carl Friedrich Gauss dan Bernhard Riemann, yang di awal pengembangannya sama sekali tak menjanjikan manfaat praktis. Geometri ini hanya menjelajahi secara logis dan koheren sebuah kemungkinan yang sangat menantang tapi yang selama ribuan tahun tak terpikirkan karena sama sekali tidak dibutuhkan.

Di sisi kontemplatif, dua pengembangan matematika yang paling istimewa adalah teori himpunan dan logika simbolik. Jika teori himpunan menghasilkan antara lain aritmetika jenis baru untuk menggarap ketakterhinggaan, logika simbolik adalah upaya untuk menyuling segenap bentuk penalaran manusia menjadi notasi matematis. Keduanya dipertautkan oleh teori grup yang memainkan peran pemersatu yang menyingkap banyak kemiripan yang tak terduga di antara berbagai ranah matematika. Dirintis oleh Evariste Galois dan dikembangkan oleh sejumlah matematikawan seperti Robert Langlands dan Edward Frenkel, teori ini memperlihatkan kemungkinan untuk tumbuh menjadi teori besar pemersatu seluruh cabang matematika, bahkan pemersatu matematika dan fisika.

Keterpaduan agung matematika dan fisika ini disimpulkan juga oleh Max Tegmark. Matematikawan dan kosmologis ini bahkan sudah menegaskan dalam *Mathematical Universe Hypothesis* (MUH) bahwa semesta raya seisinya ini pada dasarnya adalah struktur matematika, dan bahwa apa pun yang bisa dikonstruksikan secara matematis pasti bisa dikonstruksikan secara fisik. Hipotesis semesta matematis itu tentu saja membentangkan sejumlah tantangan yang mungkin tidak ringan namun menarik untuk mengerjakan kritik naratologi terhadapnya dan membuktikan kekuatannya. Kritik semacam ini tentu saja mengandaikan, sekaligus menegaskan, bahwa khazanah matematika pada dasarnya adalah lumbung kata dan tata bahasa sekaligus. Khazanah ini tumbuh menghasilkan konstruksi logis yang paling abstrak yang belum pernah ada dalam kenyataan, sekaligus konstruksi paling praktis yang langsung bisa digunakan oleh dunia. Pembuktian-pembuktian matematis, dengan segala keketatan logisnya, memang adalah sejenis kalimat yang dapat berkembang menjadi sepenggal ceritera, dengan segala jalinan plot dan subplotnya, dengan berbagai tikungan tajam dan kemungkinan penyelesaiannya.

Kalimat dan ceritera inilah yang digunakan oleh para ilmuwan alam untuk berdialog dengan kenyataan alam. Khazanah Ilmu-ilmu alam kita, khususnya fisika, pada dasarnya adalah buku besar autobiografi dari jagat raya seisinya. Ia adalah riwayat hidup semesta kenyataan fisik yang disusun sedekat mungkin dengan fakta yang dihamparkan oleh kenyataan itu sendiri. Para ilmuwan meyalin ceritera semesta itu dalam sebuah proses yang agak mirip dengan apa yang terlihat di film "*The Diving Bell and The Butterfly*" (2007) yang diangkat dari memoir Jean-Dominique Bauby. Di film itu, Jean-Do yang terkena *lock-in syndrome*, menyampaikan langsung kisahnya ke para *transcriber*-nya hanya lewat kedipan kelopak mata kirinya untuk memberi isyarat "salah" dan "benar" terhadap setiap konjektur yang diajukan. Ada pun semesta raya kita membiarkan kisahnya tersusun lewat jawaban tidak langsung berupa fakta-fakta emipris yang isinya adalah isyarat tanggapan yang berarti "mungkin" dan "salah" terhadap semua konjektur manusia.

Perbedaan antara Jean-Do dan semesta raya adalah bahwa yang terakhir ini memang bukanlah sumber cerita yang bersemangat dan murah hati menggelar kisahnya. Jagatraya yang mahamegah ini, bahkan mungkin lebih buruk perangainya dari seorang yang dihantam *stroke* dan menderita *locked-in syndrome*. Dalam kasus Jean-Do, sekalipun ia menderita kelumpuhan total dari ujung kepala hingga ujung kaki, ia masih punya semangat untuk berkomunikasi, bahkan semangat untuk diketahui. Meski tak pernah berdusta, tapi semesta raya yang maha

luas ini tak punya gairah untuk berbicara secara khusus dan penuh semangat pada manusia. Jika Jean Do sangat peduli dan karena itu berusaha cukup kerasa agar para *transcriber*-nya bisa memahami apa yang ingin ia sampaikan, jagat raya sama sekali tidak peduli dan tentu saja tak berusaha meringankan kesulitan manusia. Manusialah yang harus sangat gigih bekerja memahami fakta-fakta yang dihamparkan semesta, mencari tahu serpihan dan menyusun cerita semesta. (Di antara ilmuwan yang sangat bersemangat menduga hakekat semesta yang ketakpeduliannya lebih jauh lebih pekat dari penderita *locked-in syndrome* itu adalah Stephen Hawking yang juga lumpuh menderita digilias oleh *amyotropic lateral sclerosis*.)

Dalam upayanya mengorek informasi dan menyalin cerita semesta, para ilmuwan membangun dugaan yang makin bermutu dalam bentuk konstruksi matematika yang kian jauh melampaui intuisi manusia, dan instrumen penguji yang makin lama makin peka jauh melampaui kepekaan indra manusia. Para ilmuwan yang aktif mengejar cerita semesta itu memang sangat terbantu menyusun dan mengajukan dugaan dengan meminjam kalimat dan cerita yang bermekaran dalam musyawarah burung halilintar. Dan seperti pecinta yang gila, para ilmuwan itu terus berupaya membangun instrument penguji yang makin hebat. Pemecah atom yang luasnya melintasi tiga negara itu sudah lama dianggap tak memadai untuk kebutuhan pengujian teori mutakhir. Melihat kecenderungan, tak mustahil bahwa manusia mungkin akan membangun perangkat yang besarnya seperti Tatasurya, bahkan mungkin sebesar Bimasakti. Obyek-obyek ini mungkin sangat besar buat manusia bumi saat ini, tapi sungguh tak ada artinya dibanding kebesaran jagat raya ini.

Yang menarik adalah bahwa dari kesibukan lintas benua mentranskrip isyarat dan menyusun pecahan cerita dari semesta itu, manusia melihat dirinya berubah dari sekedar *transcriber* akhirnya perlahan-lahan berkerja sebagai penulis-mitra (*co-author*). Mula-mula mereka memang takjub melihat kedahsyatan dan misteri jagat raya seisinya, tapi dengan semakin banyaknya pecahan cerita yang bisa mereka padukan, mereka kemudian kian memahami watak naratif jagat raya itu. Cerita raksasa alam semesta itu sendiri sudah me-rangsang dan mencengangkan, dan terus-menerus menghapus kehadiran sosok pengarang mahahebat yang sanggup merencanakan segala hal sampai ke rincian yang paling halus. Kisah besar ini tampaknya mungkin tumbuh dari ketiadaan, lalu membentuk diri melalui waktu yang terbentang begitu lama, lewat peristiwa acak dan penggandaan yang jumlahnya nyaris tak terhingga. Lewat peristiwa benama peluang, replikasi, dan seleksi ini, jadilah cerita yang bukan main kaya yang memungkinkan muncul-nya sesosok karakter yang sadar diri.

Jagat raya seisinya ini termasuk kehidupan yang berkembang di dalamnya memang sebuah kekayaan dan keajaiban mahabesar. Sebagai sebuah mukjizat, ia bukan main sensitif dan rapuh, dan karena itu menjadi luar biasa berharga. Jika saja cerita mahasemesta ini dimulai dari awal lagi, sangat besar ke-mungkinan bahwa si karakter yang bernama makhluk berakal itu tak akan muncul. Puncak seluruh mukjizat itu, hal yang paling me-nakjubkan yang ditemukan dari seluruh pem-bacaan dan penulisan kisah jagat raya, adalah bahwa karakter yang terbentuk dalam kisah itu bukan saja bisa memahami cerita yang melahirkannya. Si karakter bahkan pelan-pelan bisa melihat betapa cerita itu, termasuk si karakter sendiri, menyimpan sejumlah ke-

lemahan, sejumlah cacat, yang mungkin bisa, bahkan menantang untuk, diperbaiki.

Dulu Albert Einstein pernah berkata bahwa yang paling tak terpahamkan tentang alam semesta ini adalah bahwa semesta ternyata bisa dipahami. Kini kita bisa bilang bahwa manusia bisa memahami alam semesta karena keduanya sebenarnya satu; keduanya digerakkan oleh semangat yang juga menghidupkan puisi yakni dorongan menggapai yang tak terbatas dengan bahan-bahan yang terbatas, dan dengan menghormati larangan yang telah melahirkannya dan meremehkan larangan yang bukan bagian dari dirinya. Ini juga yang menjelaskan gejala yang disebut oleh Eugene P. Wagner sebagai *the unreasonable effectiveness of Mathematics in Natural Sciences*. Dorongan menggapai yang tak terbatas dengan bahan-bahan yang terbatas itu, menampakkan dirinya dalam berbagai bentuk, dan mereka bisa saling menerangi satu sama lain.

Pemahaman tentang watak puitis (*poesis*) dari matematika dan semesta raya itulah yang ikut membuat si karakter bergerak dari *fascinatum et tremendum* ke *existential pleasure of engineering*. Di ujung kenikmatan yang tak terkira itu, ia kembali terpukau mendapatkan berkah yang tak ternilai besarnya yang sebenarnya tak pantas ia terima, yakni kesempatan untuk meneruskan naratif besar semesta raya seisinya, agar berkembang lebih baik, lebih sempurna, dari yang sebelumnya.

Karena itu, memang agaknya tak terhindarkan bahwa manusia akan menghadapi semesta raya sama seperti Tengo melihat rimba raya ceritra pada umumnya, dan naskah *Air Chrysalis* pada khususnya, yang baginya tampak begitu menjanjikan tapi ditulis dengan lumayan buruk. Membaca dan memahami naskah besar jagat raya ini, manusia juga akan merasakan sensasi baru yang membesarkan hati sekaligus dorongan yang tak terbendung yang tak menghiraukan segala resiko dan bencana untuk menyunting dan meneruskan naskah besar yang memang masih jauh dari selesai itu.

Kerja penyuntingan itu tentu dimulai dengan menyunting dan menulis ulang konstitusi biologis si karakter sendiri agar sesuai dengan kebutuhan naratif yang berskala semesta. Immortalitas yang dikejar dan gagal diraih oleh Gilgamesh ribuan tahun yang lalu itu, namun yang kini mungkin dicapai lewat penyuntingan konstitusi biologis itu, adalah salah satu tanggapan wajar atas kebutuhan naratif berskala semesta.

Immortalitas itu sendiri adalah unsur yang sangat penting dalam permainan semesta yang luar biasa menakjubkan, yang gelanggangnya terbangun di atas dasar bahwa semesta matematika yang penuh kemungkinan itu, memang jauh lebih luas, lebih kaya dan lebih liar dari semesta fisik; bahwa semesta raya fisik kita yang tampak begitu megah dan angkuh namun sebenarnya terhingga itu, sungguh dirundung oleh hasrat yang berkobar dahsyat untuk meniru semesta matematika yang sungguh tak terhingga namun bisa digapai oleh imajinasi makhluk cerdas yang terus menerus berkembang.

Pendek kata, sebagaimana kehidupan berupaya meniru seni, alam semesta juga berupaya meniru matematika, dan *interplay* antara matematika dan semesta fisik itu adalah undangan bagi kecerdasan untuk memainkan perannya yang bukan main berharga: berkah terbesar di alam semesta. ***

Pustaka:

1. David Bergamini, *et al.*, *Mathematics*, Life Science Library, Canada: Time Inc, 1972.

2. Edward Frenkel, *Love and Math: The Heart of Hidden Reality*, New York: Basic Books, 2013.
3. Haruki Murakami, *1Q84*, New York: Vintage International, 2011.
4. Marcus du Sautoy, *The Story of Math*, UK: BBC 4, 2008.
5. Max Tegmark, *Our Mathematical Universe: My Quest for the Ultimate Nature of Reality*, New York: Alfred A. Knof, 2014.

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 19-26

Digital Watermarking: A Picture Can Hide a Thousand Words

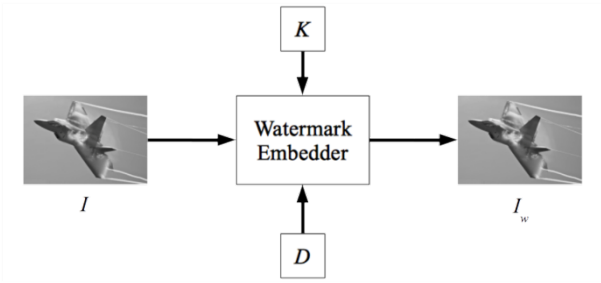
Iwan Setyawan

Pernahkah Anda mendengar ungkapan, "*A picture is worth a thousand words*?" Nah, pada tulisan ini, kita akan melihat bahwa sebuah gambar (citra atau *image*) bisa digunakan untuk mengangkut data tersembunyi. Data tersembunyi ini bisa berupa angka (misalnya nomor serial), logo, teks dan lain sebagainya. Pada tulisan ini, pembahasan akan dibatasi pada data berbentuk teks. Dengan kata lain, "*A Picture Can Hide a Thousand Words*."

Apa itu *Digital Watermarking*?

Secara sederhana, *digital watermarking* dapat didefinisikan sebagai suatu teknologi yang memungkinkan kita untuk menyisipkan data ke dalam data digital lain. Misalnya, seperti yang sudah disebutkan di atas, kita dapat menyisipkan data teks ke dalam sebuah citra digital. Data digital yang dapat disisipi tidak terbatas pada citra digital, tetapi juga dapat berupa video digital ataupun audio digital.

Diagram kotak sebuah sistem untuk menyisipkan data ke dalam sebuah citra digital ditunjukkan pada Gambar 1. Pada Gambar ini, citra masukan (*I*) diolah melalui sebuah *watermark embedder* untuk menghasilkan citra yang sudah disisipi *watermark* (I_w).

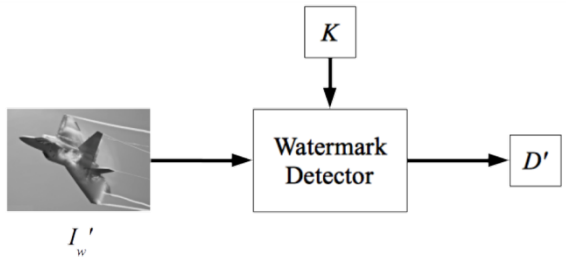


Gambar 1. Sistem penyisipan *watermark*

Watermark embedder membutuhkan masukan lain (selain citra *I*), yaitu data yang akan disisipkan (*D*) serta suatu kunci rahasia (*K*). Penggunaan kunci rahasia ini bersifat opsional dan hanya digunakan jika kita ingin menjaga kerahasiaan data yang disisipkan. Dengan kata lain, jika kita tidak menginginkan sembarang orang bisa membaca *D*, kita perlu menggunakan

kunci *K*. Satu hal yang paling penting yang harus diperhatikan oleh perancang *watermark embedder* adalah bahwa citra I_w tidak boleh tampak berbeda dari *I*. Dengan kata lain, proses penyisipan *watermark* tidak boleh menurunkan kualitas citra *I* terlalu banyak.

Sebuah data yang sudah disisipkan ke suatu citra tidaklah berguna jika data tersebut tidak dapat dibaca kembali. Untuk itu, diperlukan sistem untuk membaca data tersebut yang biasa disebut dengan *watermark detector*. Diagram kotak sistem pembaca data (*watermark*) ini ditunjukkan pada Gambar 2.



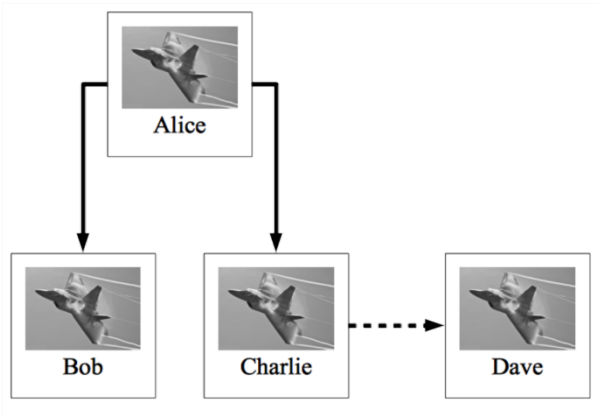
Gambar 2. Sistem pembaca *watermark*

Sistem ini memiliki masukan berupa citra yang (mungkin) sudah disisipi *watermark* (I_w') serta kunci rahasia yang tadi digunakan untuk memasukkan watermark (*K*). Keluaran dari *watermark detector* adalah data *D'*, yang – jika semuanya berjalan lancar – mestinya identik dengan data yang tadi disisipkan yaitu *D*. Perlu diperhatikan di sini bahwa pada umumnya, sebuah *watermark detector* tidak menghilangkan *D* dari I_w' [1].

Apa kegunaan *Digital Watermarking*?

Teknologi *Digital Watermarking* memiliki banyak kegunaan. Salah satu persoalan yang mendorong dikembangkannya *digital watermarking* adalah masalah hak cipta. Sejak tahun 1990-an, dunia mulai beralih dari media analog ke media digital. Media digital memiliki banyak keunggulan dibandingkan media analog. Misalnya, media digital pada umumnya memiliki kualitas yang lebih bagus, dan lebih tahan terhadap gangguan, dibandingkan media analog (misalnya rekaman musik pada kaset dibandingkan rekaman musik pada CD).

Media digital juga memudahkan distribusi bagi penyedia konten (*content provider*), karena tidak lagi dibutuhkan media fisik untuk men-distribusikan produk (misalnya CD) dan pembeli dapat langsung mengunduh konten dari *Internet*. Media digital juga memudahkan proses reproduksi, tanpa penurunan kualitas. Semua keunggulan ini juga dapat dipandang sebagai kelemahan. Kemudahan reproduksi – dengan mempertahankan kualitas – serta kemudahan distribusi, membuat aksi pem-bajakan konten menjadi marak. Para pembajak dapat dengan mudah mereproduksi konten kemudian menggunakannya untuk kepentingan mereka tanpa seijin pemilik hak cipta. Contoh masalah ini ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Skenario perlindungan hak cipta

Pada skenario ini, Alice, seorang fotografer, menjual foto hasil karyanya secara *online*

[1] Sistem *digital watermarking* yang dirancang agar *D* dihapus dari I_w' setelah proses pembacaan biasa disebut sistem *reversible watermarking*.

melalui *Internet*. Bob dan Charlie membeli foto Alice. Sebagai orang jujur, Bob hanya menggunakan foto yang dibelinya untuk keperluannya pribadi. Akan tetapi Charlie tanpa seijin Alice meng-gandakan karya tersebut dan membagikan (atau menjual) salinan karya Alice tersebut kepada Dave. Teknologi digital watermarking dapat membantu melindungi hak cipta Alice. Misalkan Alice memasukkan watermark berisi data D_1 (berisi suatu informasi yang dapat dikaitkan dengan identitas Bob) ke dalam foto yang dijualnya pada Bob dan data D_2 (berisi suatu informasi yang dapat dikaitkan dengan identitas Charlie) ke dalam foto yang dijualnya pada Charlie. Bila Alice (atau aparat penegak hukum) menemukan foto yang dimiliki Dave, maka berdasarkan data yang terkandung dalam foto tersebut, Alice dapat menuntut Charlie karena telah membajak karyanya (dan mungkin juga Dave, sebagai penadah).

Selain kegunaan yang berkaitan dengan hak cipta, *digital watermarking* dapat juga digunakan untuk hal-hal berikut:

- *Data embedding*: Data yang disisipkan ke dalam citra digital tidak semata-mata harus berkaitan dengan informasi hak cipta. Kita dapat juga memasukkan informasi lain. Misalnya, kita ingin mengirim suatu pesan yang bersifat rahasia kepada rekan kita melalui email melalui suatu jalur lalu lintas email yang dimonitor oleh pihak ketiga. Jika kita tidak ingin pesan kita terbaca oleh pihak lain, kita bisa menyisipkan pesan tersebut, dalam bentuk *watermark*, ke dalam sebuah citra digital dan mengirimkan citra digital tersebut dalam bentuk *attachment* email. Dengan menggunakan *watermark detector* (dan kunci rahasia) yang sudah disepakati, rekan kita dapat membaca pesan apa yang sebenarnya ingin kita sampaikan.
- *Authentication*: Citra digital sangat mudah dimanipulasi tanpa merusak kualitasnya. Di satu pihak, hal ini sangat menguntungkan (jika tidak percaya, silakan menonton film-film sains-fiksi Hollywood!) tetapi hal ini bisa juga sangat merugikan pada saat manipulasi tersebut digunakan pihak yang tidak bertanggung jawab untuk mendiskreditkan seseorang. Teknologi *digital watermarking* dapat dimanfaatkan untuk membantu mengatasi hal ini. Kita dapat merancang *watermark* sedemikian rupa agar *watermark* tersebut bergantung pada isi citra asli[2]. Jika citra tersebut dimanipulasi, maka *watermark* tersebut tidak bisa lagi terbaca dengan baik. Dengan demikian kita dapat menyimpulkan bahwa citra tersebut telah mengalami manipulasi. Kita bahkan bisa merancang sistem sedemikian rupa sehingga bisa mengidentifikasi bagian mana citra yang telah dimanipulasi.

Kenapa memilih *Digital Watermarking*, bukan yang lain?

Sampai titik ini, pembaca mungkin berpikir: Mengapa kita membutuhkan *digital watermarking*? Dalam kasus perlindungan hak cipta, misalnya, bukankah kita sudah memiliki teknologi enkripsi (misalnya, kanal televisi kabel yang tidak kita langgan diacak)? Atau, tidakkah lebih sederhana memasang logo pada citra untuk menyatakan kepemilikan? Dalam kasus komunikasi rahasia, bukankah kita juga dapat memanfaatkan enkripsi? Tanpa kunci yang

[2] *Watermark* seperti ini biasa disebut *content-dependent watermark*.

tepat, bukankah pihak ketiga tidak akan dapat membaca informasi yang kita kirimkan?

Teknologi *digital watermarking* memiliki beberapa keunggulan dibandingkan dengan enkripsi. Misalnya, mari kita tinjau kembali contoh Alice di atas. Alice dapat saja meng-enkripsi (mengacak) foto yang dijualnya dan hanya memberikan kunci untuk melakukan dekripsi kepada orang yang sudah membeli foto tersebut. Dapat dilihat bahwa dalam kasus ini, enkripsi tidak dapat melindungi Alice. Setelah Charlie memperoleh kunci dekripsi, dia dapat melakukan dekripsi terhadap foto kemudian menggandakan foto yang telah didekripsi dan menjualnya kepada Dave.

Dalam kasus komunikasi rahasia, pihak yang memonitor komunikasi akan mudah merasa curiga jika email yang kita kirimkan berisi data yang tidak terbaca (karena terenkripsi). Meskipun tidak dapat membaca isi pesan, mereka dapat memblokir komunikasi atau menangkap pihak-pihak yang terlibat dan memaksa mereka untuk memberikan kunci untuk membaca data tersebut. Dengan menyisipkan informasi rahasia ke dalam *attachment* email (tentu saja, kita perlu memilih citra yang "aman"!), kecurigaan ini dapat dikurangi.

Pada kasus perlindungan hak cipta, dapat disimpulkan bahwa keunggulan teknologi *digital watermarking* dibandingkan enkripsi adalah fakta bahwa *watermark* tersebut "melekat seumur hidup" pada data yang dilindungi. Data yang dienkripsi kehilangan perlindungan begitu data tersebut didekripsi. Pada kasus komunikasi rahasia, teknologi *digital watermarking* memiliki keunggulan dibandingkan enkripsi karena *watermark* bersifat "*oblivious*" (tidak terlihat) sedangkan enkripsi bersifat "*obvious*." Kita, secara harafiah, benar-benar "*hide the data in plain sight*."

Bagaimana dengan penggunaan logo? Jika kita menilik kembali kasus Alice, ada kemungkinan Bob dan Charlie tidak mau membeli karya Alice dengan alasan keberadaan logo tersebut mengganggu nilai estetika foto. Selain itu, sangatlah mudah untuk melakukan *cropping* (atau manipulasi lain) pada foto untuk menghilangkan logo.

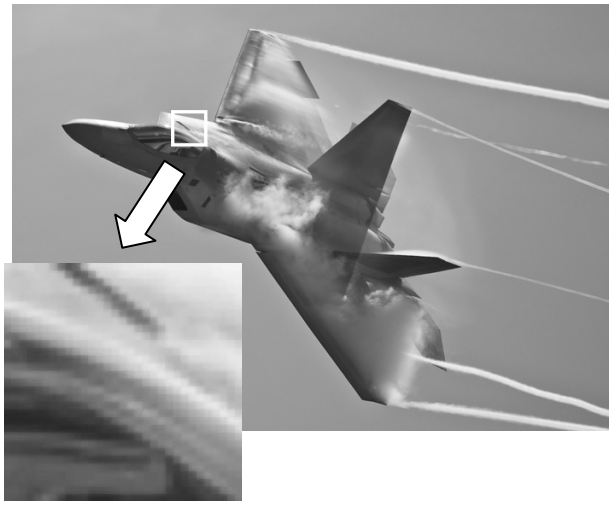
Contoh Algoritma *Digital Watermarking*

Pada bagian ini, kita akan melihat sebuah contoh algoritma *digital image water-marking* sederhana. Sebelum melihat lebih lanjut bagaimana algoritma ini bekerja, ada beberapa hal yang harus diketahui terlebih dahulu.

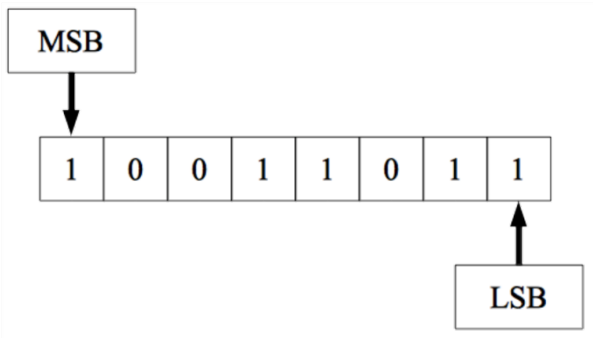
Pertama-tama, perlu diingat bahwa sebuah citra digital tersusun atas elemen-elemen kecil, yang biasa disebut "piksel" (*pixel* = *picture element*). Berapa jumlah piksel yang menyusun suatu citra digital? Hal ini bervariasi dan biasanya kita kenal dengan istilah resolusi citra digital tersebut. Misalnya, suatu citra digital yang memiliki resolusi 1024 × 768 piksel memiliki 786432 piksel. Sebuah citra digital yang memiliki resolusi 12 Mega Pixel (12 MP) memiliki 12 juta piksel. Hal ini digambarkan pada Gambar 4. Pada Gambar ini, jika kita memperbesar bagian citra dalam kotak, kita dapat melihat bahwa citra itu terdiri atas elemen-elemen (piksel).

Kedua, masing-masing piksel dalam suatu citra digital biasanya merepresentasikan suatu bilangan integer positif. Karena citra digital disimpan dan diolah menggunakan komputer, maka bilangan ini direpresentasikan dalam bilangan biner (bilangan berbasis 2). Citra digital tidak berwarna (hitam putih/ *grayscale*) biasanya menggunakan 8 bit (*binary digit*) untuk

merepresentasikan satu buah piksel. Jadi, satu buah piksel dapat merepresentasikan bilangan bulat antara 0 hingga 255. Hal ini ditunjukkan pada Gambar 5. Masing-masing kotak pada Gambar 5 merepresentasikan satu bit yang nilainya 0 atau 1.



Gambar 4. Piksel penyusun citra digital



Gambar 5. Representasi nilai piksel dengan bilangan biner.

Nilai bilangan integer yang ditunjukkan pada Gambar 5 dapat dicari sebagai berikut:

$$1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 155$$

Ketiga, dari Gambar 5 dapat dilihat bahwa masing-masing posisi yang menyusun sebuah bilangan biner memiliki nilai yang berbeda-beda. Posisi paling kiri memiliki nilai 2^7, sedangkan posisi paling kanan memiliki nilai 2^0. Dari sini jelas bahwa bit paling kiri memiliki nilai paling berarti (signifikan) sehingga biasa disebut dengan *Most Significant Bit* (MSB). Sebaliknya, posisi bit paling kanan memiliki nilai paling tidak berarti sehingga biasa disebut dengan *Least Significant Bit*. Perubahan pada MSB akan mengubah nilai piksel tersebut secara sangat berarti. Sebaliknya, perubahan pada LSB hanya akan memberikan perubahan kecil pada nilai piksel. Pada contoh sebelumnya, mengubah MSB menjadi 0 akan mengubah nilai piksel menjadi 27, sedangkan mengubah LSB menjadi 0 akan mengubah nilai piksel menjadi 154.

Keempat, huruf-huruf dalam alfabet (dan juga angka dan tanda baca) juga direpresentasikan dalam bentuk bilangan biner untuk pengolahan menggunakan komputer. Salah satu representasi yang paling banyak digunakan adalah kode ASCII. Dalam kode ini, satu karakter (bisa berupa huruf, angka maupun tanda baca) direpresentasikan dengan menggunakan 8 bit. Sebagai contoh, karakter 'A' memiliki representasi ASCII '01000001', karakter 'a' direpresentasikan dengan '01100001', karakter '!' direpresentasikan dengan '00100001', dan sebagainya.

Dengan dasar penjelasan diatas, kita bisa mulai membahas algoritma *watermarking* ini. Algoritma kita bekerja dengan cara mengganti (jika perlu) LSB sebuah piksel citra sedemikian rupa sehingga LSB tersebut sama dengan bit yang ingin kita sisipkan. Kita memilih untuk mengubah LSB agar perubahan pada citra yang sudah disisipi data tidak terlalu banyak (dengan kata lain, tidak tampak). Karena satu karakter direpresentasikan dengan 8 bit, maka untuk menyisipkan satu karakter kita membutuhkan 8 piksel. Sebagai contoh, misalkan kita ingin

menyisipkan karakter 'A' pada deretan 8 buah piksel yang masing-masing bernilai 140, 155, 156, 154, 155, 141, 150, 151. Proses penyisipan ini digambarkan pada Tabel berikut. Pada Tabel ini, bit-bit yang menyusun karakter 'A' dituliskan pada kolom ke 4.

Tabel 1. Contoh penyisipan karakter 'A'

Nilai Piksel Awal	Nilai Piksel Awal (Biner)	Nilai LSB	Bit Karakter 'A'	Tindakan	Nilai Piksel Akhir
140	1000 1100	0	0	Biarkan LSB	140
155	1001 1011	1	1	Biarkan LSB	155
156	1001 1100	0	0	Biarkan LSB	156
154	1001 1010	0	0	Biarkan LSB	154
155	1001 1011	1	0	Ubah LSB	154
141	1000 1101	1	0	Ubah LSB	140
150	1001 0110	0	0	Biarkan LSB	150
151	1001 0111	1	1	Biarkan LSB	151

Pada contoh di atas, ternyata kita perlu mengubah nilai LSB dari dua buah piksel, sementara nilai LSB piksel-piksel lainnya tidak perlu diubah. Karena perubahan dilakukan pada LSB, maka nilai piksel yang berubah hanya berselisih 1 dari nilai awalnya. Perbedaan seperti ini pada prakteknya tidak dapat dilihat oleh manusia. Dengan kata lain, citra yang sudah disisipi watermark seolah-olah identik dengan citra aslinya.

Tentu saja algoritma ini tidak terbatas pada penyisipan data berupa satu karakter. Misalkan kita ingin menyisipkan kata 'Saya', maka data yang harus kita sisipkan terdiri atas 32 bit sebagai berikut:

01010011011000010111100101100001,

dan kita membutuhkan 32 piksel untuk mengangkutnya. Jadi, untuk sebuah data sepanjang n bit, kita membutuhkan n buah piksel dan proses penyisipan dapat dituliskan dalam bentuk *pseudo-code* sebagai berikut:

1: baca bit ke k

2: baca nilai piksel ke k

3: jika nilai LSB piksel ke $k \neq$ bit LSB ke k, maka

4: ubah nilai LSB

5: jika $k \leq n$

6: $k = k + 1$

7: kembali ke 1

8: jika $k > n$

9: selesai

Bagaimana kita membaca pesan yang sudah disisipkan? Hal ini dapat dilakukan dengan mudah. Menggunakan contoh pada Tabel 1, proses pembacaan data ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Contoh pembacaan data yang disisipkan

Nilai Piksel	Nilai Piksel (Biner)	Nilai LSB	Bit Data tersisip
140	1000 1100	0	0
155	1001 1011	1	1
156	1001 1100	0	0
154	1001 1010	0	0
154	1001 1010	0	0
140	1000 1100	0	0
150	1001 0110	0	0
151	1001 0111	1	1

Perhatikan bahwa nilai piksel yang digunakan adalah nilai piksel setelah dilakukan proses penyisipan. Data yang disisipkan di-representasikan sebagai bilangan biner yang disusun dengan mengurutkan bit-bit pada kolom ke-4 yaitu 0100 0001 yang merupakan representasi karakter 'A'.

Dari contoh ini, dapat disimpulkan bahwa untuk membaca kembali data yang disisipkan, kita tidak membutuhkan informasi apa pun mengenai nilai piksel asli[3]. Dalam bentuk *pseudo-code*, cara membaca data, sepanjang n bit, yang sudah disisipkan dapat ditunjukkan sebagai berikut:

1: baca nilai piksel ke k

2: nilai bit data ke k = nilai LSB piksel ke k

3: jika k kelipatan 8

4: ubah data menjadi karakter

5: teruskan ke langkah 8

6: jika k bukan kelipatan 8

7: teruskan ke langkah 8

8: jika $k \leq n$

9: $k = k + 1$

10: kembali ke 1

11: jika $k > n$

12: selesai

Pseudo-code di atas berasumsi bahwa nilai n diketahui. Secara umum, hal ini tidak diperlukan. Kita dapat menggunakan pola bit tertentu untuk menandakan bahwa data yang disisipkan sudah selesai. Misalnya, kita dapat menggunakan pola bit 00000011 (dalam kode ASCII, pola bit ini disebut karakter ETX atau *End-of-Text*) untuk menandai bahwa data yang disisipkan sudah selesai. Setelah langkah ke-4 pada *pseudo-code* diatas, kita cek apakah karakter yang dibaca adalah ETX. Jika ya, program langsung diakhiri; sedangkan jika tidak, pembacaan diteruskan.

Dari penjelasan diatas, pembaca mungkin bertanya-tanya di mana peran kunci rahasia K. Tanpa kunci rahasia, setiap orang yang mengetahui cara membaca data yang sudah disisipkan dapat membaca data tersebut. Jika hal ini tidak diinginkan, kita dapat menggunakan suatu kunci rahasia K untuk melakukan permutasi (pengacakan) terhadap urutan piksel yang digunakan untuk menanamkan data. Jika kita kembali ke contoh diatas, karakter 'A' tidak harus disisipkan pada 8 piksel secara berurutan (1-2-3-4-5-6-7-8), tetapi dapat saja secara acak (misalnya 3-5-8-1-6-7-4-2). Kunci K di-butuhkan oleh pembaca untuk membaca kembali data yang telah disisipkan. Tanpa urutan yang benar, data tidak akan terbaca dengan benar juga. Misalnya, jika karakter 'A' disisipkan dengan urutan 3-5-8-1-6-7-4-2 dibaca kembali dengan urutan 1-2-3-4-5-6-7-8, maka data yang terbaca adalah 0100 1000 (karakter 'H').

Berapa besar data yang bisa disisipkan dalam sebuah citra? Tentu hal ini bergantung pada berapa jumlah piksel yang tersedia. Semakin tinggi resolusi citra, semakin besar juga data yang dapat disisipkan. Sebuah citra dengan resolusi 1024 × 768 piksel (786432 piksel) mampu mengangkut 786432/8 = 98304 karakter. Jika diasumsikan satu kata rata-rata berisi 5 karakter, berarti citra ini mampu menampung lebih dari 19000 kata.

Algoritma yang sudah kita bahas pada bagian ini merupakan salah satu algoritma yang paling sederhana, paling mudah dimengerti, paling sedikit mempengaruhi kualitas citra yang disisipi serta memiliki daya angkut data yang paling besar. Meskipun demikian, algoritma ini

[3] Teknik seperti ini biasa disebut *blind watermarking*.

juga merupakan salah satu algoritma yang paling lemah karena watermark yang disisipkan dapat dibuat tidak dapat terbaca menggunakan serangan yang sangat sederhana. Pembahasan terperinci mengenai serangan ini berada di luar lingkup tulisan ini, tetapi penulis merasa pembaca pasti bisa dengan mudah menebak bagaimana caranya!

Penutup

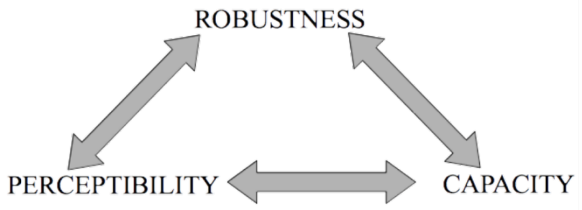
Dalam artikel ini, pembaca sudah berkenalan dengan teknik digital *image watermarking*. Kita juga sudah membahas sebuah contoh algoritma *digital watermarking* sederhana. Tulisan ini baru menyentuh kulit paling luar teknologi *digital watermarking* beserta segala permasalahan perancangan yang dihadapi. Secara umum, terdapat tiga tantangan yang dihadapi para perancang algoritma *digital watermarking*.

Tantangan pertama adalah ketahanan (*robustness*) sistem *digital watermarking* terhadap serangan. Serangan ini bisa dilakukan dengan maksud membuat *watermark* yang tertanam tidak dapat dibaca, membuat keraguan (*ambiguity*) mengenai keabsahan *watermark* yang tertanam dan sebagainya. Serangan bahkan dapat muncul tanpa maksud jahat (misalnya, seorang pengguna citra digital mengubah ukuran citra digital agar sesuai dengan resolusi monitor komputernya). Penelitian dalam bidang *digital watermarking* bisa diibaratkan sebuah perlombaan senjata (*arms race*) antara perancang teknologi watermarking dengan para penyerang.

Tantangan kedua adalah kualitas citra yang sudah disisipi *watermark* (I_w). Seperti dijelaskan, idealnya I_w sangat mirip dengan I. Dengan kata lain, *watermark* yang disisipkan tidak boleh terlihat atau memiliki *perceptibility* yang rendah. Tantangan ini terutama muncul dari para penyedia konten, yang khawatir bahwa produknya tidak akan laku jika disisipi *watermark* karena penurunan kualitas.

Tantangan ketiga adalah masalah jumlah data yang dapat disisipkan (*capacity*). Meskipun tidak semua skenario membutuhkan daya angkut ribuan kata, tetapi tetap ada kapasitas minimal yang dikehendaki.

Ketiga tantangan di atas saling bertentangan, seperti digambarkan pada Gambar 6. Penambahan *robustness* biasanya mengorbankan *perceptibility* dan *capacity*, penambahan *capacity* biasanya mengorbankan *robustness* dan *perceptibility* dan seterusnya. Tantangan-tantangan inilah yang membuat teknologi *digital watermarking* masih merupakan bidang ilmu yang menarik. ***



Gambar 6. Tantangan perancangan algoritma *digital watermarking*

Pustaka:

1. I. Cox, M. Miller, J. Bloom, *Digital Watermarking*, Morgan Kaufmann Publishers, 2002 (ISBN: 1-55860-714-5)
2. G.C. Langelaar, I. Setyawan, R.L. Lagendijk, "Digital Image and Video Data: A State-of-the-Art Overview", *IEEE Signal Processing Magazine*, 2000, **17**:20-46

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 27-32

Mari Merayakan Nalar

Galih Prasetya Utama

Manusia modern yang terlatih berpikir sekalipun ternyata tidak imun dari bias perspektif dan sesat bernalar. Kesibukan, keributan, dan kehebohan yang ditampilkan oleh interaksi dengan sesama manusia lain, lewat media massa, mengambil fokus perhatian sebagian besar manusia, dan mengalihkan manusia dari keindahan bernalar.

Manusia modern juga cenderung merayakan kelahiran dan meratapi kematian sesamanya, padahal di balik siklus kelahiran (natalitas) dan kematian (mortalitas), ada proses keseimbangan ekologis yang selalu terjaga konsistensinya.

Nalar induktif manusia akan mendorong untuk mampu bertahan hidup dalam dua macam respon, bertarung (*fight*) atau lari (*flight*). Nalar induktif ini adalah tinggalan dari budaya zaman berburu meramu, dan manusia modern ternyata masih mewarisinya, tersimpan dalam kromosom DNA kita. Namun modernitas dan kompleksitas peradaban ternyata dibangun oleh kapasitas nalar lain, yang hanya dimiliki oleh spesies *Homosapiens*, yaitu nalar deduktif.

Kapasitas nalar deduktif manusia berusaha mendapatkan pengetahuan dari siklus kelahiran dan kematian. Bahwa dalam siklus ada sesuatu hal lain, yang lebih besar daripada respon sesaat atas sebuah fenomena yang konsisten dan rutin itu. Perlu sebuah upaya keras untuk membentuk budaya bernalar lengkap, yang mempertemukan antara nalar induktif dengan nalar deduktif, dalam rangka menyikapi realitas.

Bias perspektif yang masih menjadi kabut obyektivitas manusia modern adalah: ilusi keberlimpahan sumber daya alam dan ilusi kelangkaan alat tukar transaksi. Sebuah diskusi yang menarik bagi subyek ekologi dengan ekonomi, dalam rangka mempertahankan ekosistem yang seimbang dan eksistensi spesies manusia di Planet Bumi menghindari kepunahan.

Ilusi Keberlimpahan

Kebutuhan primer penyokong hidup manusia ada skala batas maksimalnya. Udara yang kita hirup ada ukurannya, kalori untuk mempertahankan metabolisme tubuh ada standarnya, baju cukup sepasang untuk menutup badan, rumah satu cukup untuk berteduh, dan pasangan kawin beda kelamin pun cukup seorang selama ia cukup fertil untuk menjadi mitra reproduksi.

Hasrat manusia lain lagi ceritanya. Manusia adalah spesies yang cerdas sehingga imajinasinya juga cenderung liar dan tak punya

batasan. Ketidakterbatasan imajinasi keinginan manusia inilah yang mendorong kita untuk meminta lebih dan lebih. Belanja lebih banyak, lebih mewah, serta tentunya memproduksi lebih banyak, lebih mewah, sesuai imajinasi keinginan konsumen, yang seleranya disetir pula oleh produsen.

Tetapi, kapasitas kemampuan ekosistem Bumi untuk melayani ketidakterbatasan keinginan manusia, yang sering kita sebut dengan istilah produktivitas, ada batasnya. Ada skala yang jelas bisa dihitung, walau tak semua manusia cukup punya waktu luang dan kemampuan, untuk mengukur skala daya dukung Bumi terhadap ketidakterbatasan keinginan populasi manusia.

Konsumsi energi per kapita manusia untuk hidup per harinya sekitar 100 watt. Sokongan suplai dari radiasi Matahari sebesar 174 petawatt per hari. Kecuali ada rekayasa fisiologis di metabolisme manusia, Bumi mampu menampung $1{,}74 \times 10^{15}$ manusia hidup dalam satu waktu bersamaan. Jumlah manusia sekarang mendekati 10^{10} orang, sehingga manusia masih bisa berkembang-biak 10^{4} kali lebih banyak di Planet Bumi.

Tetapi itu belum menghitung luasan tanah untuk bisa nyaman ditinggali, kapasitas air tawar yang bisa dikonsumsi secara layak, udara sehat yang nikmat dihirup, dan tentunya ketersediaan suplai makanan. Hitungan $1{,}74 \times 10^{15}$ manusia hidup bersamaan di Bumi itu bisa ada, tetapi dengan syarat manusia mau hidup berdesakan di daratan, atau mulai ekspansi untuk hidup di lautan dan membuat inovasi pemukiman bawah laut.

Jumlah manusia hidup saat ini (2014) terhitung $6{,}7 \times 10^{9}$ (6,7 miliar) orang, dengan kapasitas tanah yang bisa ditanami dan ketersediaan air tawar layak konsumsi terhitung 12 miliar hektar (12 miliar global hektar atau 12 miliar gha), tidak termasuk gurun pasir dan lautan air asin. Hitungan kasarnya, jatah per kapita saat ini adalah 1,79 gha yang bisa dimanfaatkan untuk memanen pangan dan minum air layak konsumsi per orangnya. Sebagai pendekatan, perhitungan itu tidak menghitung spesies lain, yang tentunya juga butuh tanah air.

Jika satu manusia dibagi rata 1 gha, maka Bumi bisa menampung 12 miliar manusia. Bumi mungkin mampu menampung sampai 20 miliar manusia, tentunya dengan kompensasi gaya hidup yang harus me-nyesuaikan. Kalau melihat realita pembagian biokapasitas Bumi per kapita, di AS saja 7 hektar per kapita. Jika mau di-paksakan sama di negara lainnya, maka di-butuhkan 4 Planet Bumi untuk menopang hidup 6,7 miliar manusia hidup. Sayangnya Bumi cuma satu dan "bumi" lainnya, bila ada pun, belum tentu dapat segera kita huni *kan*? Kalau menggunakan standar Eropa dengan 6 gha per kapita, maka 6,7 miliar manusia harus dikurangi menjadi 2 miliar manusia. Ada yang mau me-nyarankan caranya?

Kalau dihitung dari jumlah biomassa di Bumi, dengan mengesampingkan bakteria, produksi biomassa Bumi terhitung 100 miliar ton per tahun. Konsumsi pangan manusia rata-rata terhitung 1 ton per tahun. Hitungan kasarnya, Bumi bisa menampung sampai 10^{11} orang. Dengan catatan semua manusia yang tinggal di Bumi adalah vegetarian dan bersedia memakan rumput, rumput laut, lumut, lumut kerak, ganggang laut, serta tanaman lainnya.

Peningkatan jumlah manusia hidup di Bumi bukan hanya karena manusia semakin senang kawin lalu beranak-pinak (natalitas), tetapi juga karena manusia semakin susah untuk

mati tua (mortalitas). Usia harapan hidup manusia modern relatif semakin panjang. Penyebab kematian manusia terbesar sebenarnya bukan perang saling bunuh, atau kelaparan, melainkan penyakit. Bakteri dan virus jauh lebih efektif dan efisien melakukan pembunuhan massal manusia daripada perang. Flu Spanyol tercatat mampu membunuh 100 juta manusia sekali pukul dibandingkan dengan ulah Hitler di Jerman ditambah genosida komunis di Indonesia yang cuma 6 juta manusia terbunuh. Jelas ulah bakteri ditambah virus jauh lebih superior untuk perkara bunuh-membunuh.

Penemuan antibiotik dan vaksin efektif menanggulangi wabah pembunuh massal. Maka sejak era 1960-an, pola penyakit manusia bergeser dari yang disebabkan oleh bakteri dan virus, menjadi penyakit yang disebabkan oleh penurunan fungsi metabolisme tubuh. Manusia modern seolah-olah memang mampu mengalahkan bakteri dan virus, sampai ketika titik resistensi terhadap antibiotik pelan-pelan mulai tercapai.

Kecepatan penularan wabah oleh bakteri dan virus sangat dipengaruhi oleh tingkat kepadatan penduduk satu kawasan. Jadi jika perhitungan yang di awal tadi memang bisa tercapai, maka populasi manusia berdesakan sangat rawan mati mendadak secara massal. Hal ini terjadi karena serangan bakteri atau virus dengan masa inkubasi kurang dari 24 jam. Apalagi manusia modern nampak gemar sekali menghantam penyakit dengan resep antibiotik yang sebenarnya bisa menjadi pemicu utama kekebalan pihak bakteri dan virus terhadap dosis letalnya. Padahal bakteri dan virus juga spesies yang mampu berevolusi.

Persoalan ketersediaan tanah, air, udara, memang seolah terasa berlimpah apalagi jika manusia abai dengan ukuran-ukuran ekologis yang ada. Kecenderungan manusia yang mengidap bias optimisme memang mengabaikan ukuran-ukuran itu, bukan begitu?

Ilusi Kelangkaan

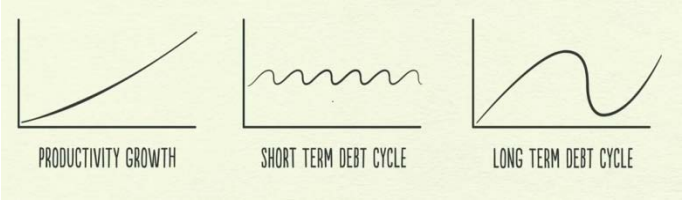
Pola konsumsi dan produksi manusia modern dipengaruhi oleh keberadaan alat transaksi, sebut saja uang. Kendali atas keberadaan uang bisa mendorong pola konsumsi-produksi yang di sisi lain bisa mengeremnya pula. Pola konsumsi-produksi adalah refleksi dari kondisi psikologi pelaku transaksi ekonomi yang tidak lain adalah manusia. Sejauh ini, cuma manusia satu-satunya spesies di Bumi yang bertransaksi dengan mekanisme alat tukar.

Sepupu jauh kita nampaknya masih sibuk bergelantungan di pohon tanpa baju, walau memang mereka punya banyak bulu. Simpanse, Bonobo, Gorila, dan Orangutan nampaknya masih belum butuh alat tukar berupa uang dalam waktu dekat ini. Kompleksitas populasi mereka masih di tahap berburu dan meramu, jadi ya kita manusia tenang saja lah.

Saat kredit mudah, bunga pinjaman kecil, produsen ramai meningkatkan kapasitas produksi dengan dukungan kredit produksi. Konsumen yang mudah mendapat kredit konsumsi, berani berbelanja lebih, bahkan membeli barang sekunder dan tersier segala macam. Hidup nampak begitu optimis dan indah saat nilai pajak rendah dan nilai mata uang stabil. Masa depan populasi manusia terasa begitu cerah ceria.

Optimisme akan masa depan berupa naiknya tingkat penghasilan, tabungan di rekening, investasi di reksadana atau saham,

mendorong manusia dewasa untuk membuat pilihan-pilihan konsumsi, salah satunya bagi anak bayinya, seperti memilih cicilan rumah, kendaraan, dan sekolah bagi masa depan anaknya. Jelas manusia dewasa mempertimbangkan tingkat pendapatan dan inflasi rata-rata. Bias optimisme ini merupakan kondisi psikologis yang tetap perlu supaya manusia dewasa mau melahirkan anak bayi, tetap bekerja dengan tenang, dan memelihara relasi sosial dengan baik di lingkungan pertetanggaan terdekatnya.



Gambar 1. Grafik pertumbuhan produktivitas; Siklus hutang jangka pendek (5-10 tahun); Siklus hutang jangka panjang (75-100 tahun)

Keadaan kemudahan kredit, pajak rendah, dan nilai mata uang stabil itu tidak selamanya. Siklus hutang jangka panjang itu sekitar 50 sampai 100 tahun, dengan mempertimbangkan masa penggunaan dan pembayaran hutang, sebelum jatuh tempo. Hutang jangka panjang ini biasa dihadapi oleh kerajaan, negara, atau korporasi multinasional. Tidak semua manusia mengalaminya secara langsung. Siklus hutang jangka pendek, yang usianya antara 5 sampai 10 tahun, itu yang biasa langsung dihadapi individu manusia dewasa, yang biasanya digunakan untuk membiayai pembelian rumah, kendaraan, atau sekolah tinggi.

Kondisi optimis itu jelas bisa berubah saat mulai masa pembayaran cicilan hutang jangka panjang, apalagi menjelang jatuh tempo agregat. Jika sebuah kerajaan atau negara atau korporasi tak mampu menanggulangi, maka ujungnya jadi buruk rupa, perang terbuka dan lalu bangkrut kolaps.

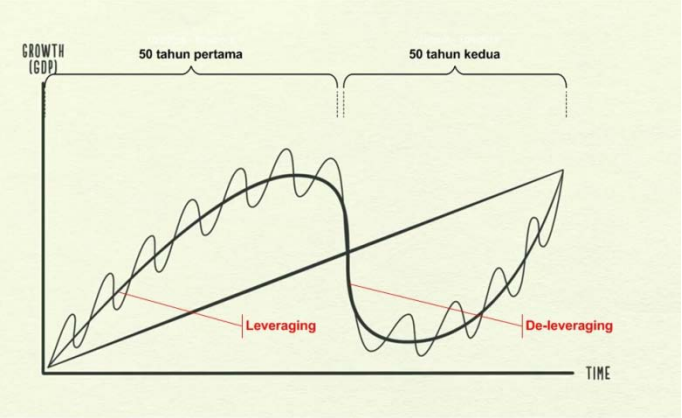
Kejayaan dan kebangkrutan kerajaan adidaya, atau negara adikuasa dalam catatan resmi sejarah manusia, yang baru ada disepakati sejak 3890 SM di Sumeria, Mesopotamia, sampai sekarang 2014 M, sebenarnya juga tak jauh dari mekanisme siklus hutang. Saat sebuah komunitas tumbuh, mereka butuh surat hutang sebagai alat untuk transaksi pertukaran komoditas yang disebut uang. Semakin berkembang populasinya, mereka mulai mendirikan kerajaan dengan alat tukar resmi, yang distempel oleh sang raja, sebagai perlambang kedaulatan. Jadi seberapa besar keberterimaan rakyat terhadap keberdaulatan institusi kerajaan bisa dilihat dari penghargaan terhadap nilai mata uang sebagai alat transaksi resmi. Bangkrutnya sebuah kerajaan atau negara juga dimulai ketika nilai mata uang resminya hancur dan tak lagi dipercaya sebagai alat transaksi.

Sebenarnya, setelah kejadian pembatalan Perjanjian Bretton Woods 1944, yaitu saat peristiwa Nixon *Shock* 1971, yang membuat nilai dolar AS bebas mengambang, tak lagi digaransi emas, maka suasana peradaban manusia menjadi nampak sangat optimis. Negara begitu mudah mendapatkan kredit. Segalanya nampak menyenangkan terutama bagi manusia-manusia yang tinggal di negara dengan suasana politik stabil, entah sistemnya demokrasi atau oligarki. Tapi itu ada jangka waktunya. Sebagai sebuah siklus hutang, ada saat penggunaan ada saat pembayaran sebelum jatuh tempo.

Dihitung dari 1944, maka 50 tahun berikutnya adalah 1994 masa jatuh tempo. Jika dihitung dari 1971, maka jatuh temponya masih

2021. Pasca 1971, volume hutang begitu deras dikucurkan. Tingkat bunga yang fleksibel memicu pola pasar yang dipenuhi spekulan. Pedagang surat hutang punya kuasa lebih besar dibanding pemimpin resmi negara formal dan itu jelas mempercepat jangka waktu jatuh tempo, karena rasio hutang/pendapatan domestik bruto juga membengkak lebih cepat.

Perang terbuka semacam Perang Dunia I dan II seringkali dipicu oleh peristiwa konyol, entah terbunuhnya putra mahkota yang sebenarnya posisinya tak terlalu penting atau tawuran serdadu di perbatasan, yang jadi pembenaran untuk melakukan ekspansi. Sebenarnya masa menjelang jatuh temponya surat hutang negara, yang diperparah oleh membengkaknya rasio hutang/PDB, bisa diukur satu dekade sebelumnya. Tetapi yang namanya perang selalu butuh drama pemicu yang efektif untuk menggerakkan psikologi massa.



Gambar 2. Gabungan grafik pertumbuhan produktivitas, siklus hutang jangka pendek (5-10 tahun), siklus hutang jangka panjang (75-100 tahun), dalam satu kesatuan.

Pada masa resesi menjelang jatuh tempo surat hutang negara, biasanya banyak perusahaan kesulitan modal, likuiditas melambat, banyak pemuda menjadi pengangguran, dan pemuda pengangguran biasanya jadi biang kerok masalah sosial. Kondisi domestik semacam itu tinggal butuh dipantik sedikit sehingga mereka berbondong-bondong mendaftar untuk menjadi serdadu dan di situ jelas terlihat bahwa perang juga adalah metode efektif untuk menciptakan lapangan pekerjaan bagi pemuda pengangguran yang sudah depresi.

Refleksi

Bahwa sumber daya alam seolah tidak terbatas dan berlimpah, seringkali mendorong manusia untuk membuang dengan percuma boros tanpa kendali. Sedangkan persepsi bahwa uang itu selalu terbatas, juga menahan manusia untuk menaruh perhatian pada kondisi manusia lain, enggan berbagi, dan cenderung egosentris. Bias perspektif yang mungkin jarang disadari tapi jelas mengubah keseimbangan ekosistem Bumi. Jika dibandingkan dari masa proses terbentuknya manusia modern yang sadar diri, memiliki nalar dan insting, semacam manusia saat ini, sebenarnya masa hidup normal rata-rata individu manusia sangatlah pendek. Hitung saja proses evolusi *Hominid*, sekitar 10^7 tahun, dilihat dari perubahan fisiologis fosil. Lalu masa hidup manusia normal optimal, sekitar 10^2 tahun, maka ada rasio perbandingan 10^{-5} antara masa hidup optimal dengan masa pembentukan manusia modern yang sadar dan bernalar, masa yang pendek sekali.

Masa hidup manusia normal yang teramat pendek dibandingkan dengan masa pembentukan fungsi kesadaran spesies manusia yang panjang, setidaknya bisa menjadi pertimbangan yang positif, bahwa dalam beberapa ratus juta tahun ke depan spesies kita mungkin masih akan tetap bertahan di Bumi, dan masih akan terus berevolusi.

Bernalar adalah upaya sederhana manusia untuk bertahan hidup, bukan saja satu populasi generasi, bisa jadi berantai untuk populasi generasi-generasi berikutnya. Induksi gaya hidup dalam ekonomi manusia seringkali melupakan fakta bahwa manusia adalah bagian dari ekologi Bumi yang sistemnya sama sekali tidak memperhitungkan supremasi manusia sebagai variabel determinan.

Mungkin nasehat Dr. Jonas Salk, penemu vaksin polio yang legendaris itu, bisa menjadi sebuah upaya refleksi introspektif pada masing-masing kita manusia. "Jika saja seluruh jenis serangga di Bumi punah serempak, maka kehidupan di Bumi akan punah dalam jangka waktu kurang dari 50 tahun. Namun jika semua manusia Bumi serempak punah, maka kehidupan lain di Bumi tidak akan terpengaruh, dan tetap akan terus lestari." ***

Pustaka:

1. Dalio, Ray. *How the Economic Machine Works*. Bridgewater Associates, LP, 2014
2. Diamond, Jared. *Guns, Germs, And Steel; Fates of Human Societies*. New York: Norton, 1999
3. Graeber, David. *Debt the First 5000 Years*. Brooklyn, New York: Melvillehouse Publishing, 2010
4. Popper, Karl. *The Logic Scientific Discovery*. London: Routledge Classic, 1992
5. Schopenhauer, Arthur. *The Art of Being Right*. Dodo Press, 2008
6. Soros, George. *The Alchemy of Finance*. Singapore: John Wiley and Sons, 1992
7. Taleb, Nassem Nicholas. *Fooled by Randomness*. London: Texere, 2001
8. Quora (http://www.quora.com)

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 33-39

Kebermanfaatan Matematika: Berkat dan Kutukan

Iwan Pranoto

Lebih dari 400 tahun silam, melalui bukunya yang terkenal, *The Assayer*, Galileo menyatakan bahwa filsafat atau ilmu pengetahuan bersumber dari sebuah buku adiagung, yaitu semesta ini. Artinya, manusia sejatinya membangun pengetahuan dan kebijaksanaan bersumber dari semesta alam, bukan buku tulisan dalam arti *letterlijk* atau harafiah saja.

Bahasa Semesta

Dalam buku yang ditujukan kepada Paus Urban VIII, kemudian Galileo menyatakan bahwa buku berwujud semesta ini, dituliskan dengan sebuah bahasa yaitu matematika. Sedangkan aksara dalam bahasa ini adalah bentuk-bentuk geometri, seperti lingkaran, segitiga, persegipanjang, dan sebagainya.

Tanpa menguasai aksara ini, Galileo bernalar, manusia tak akan sanggup memahami satu kata pun dalam buku adiagung tersebut. Dan, jika ketakpahaman ini berlanjut, manusia akan berkelana tanpa arah dalam sebuah labirin gelap kelam. Demikian pendapat Galileo.

Dari pendapat tersebut, dapat dimaknai bahwa 400 tahun lalu, manusia sudah mengaitkan semesta dengan matematika. Bahkan, mungkin sebelum itu pun, semesta sudah dikaitkan dengan matematika. Tepatnya matematika dianggap sebagai bahasa atau medium untuk mengerti (fenomena) semesta.

Pendapat ini harus dipahami konteksnya. Saat itu matematika mulai menunjukkan keadi-dayaannya pada dunia sains dan teknologi dengan berhasilnya matematika digunakan untuk memodelkan fenomena alam. Gerak benda angkasa yang di luar jangkauan netra manusia, ternyata dapat dijabarkan dengan akurat dalam persamaan matematika yang relatif sederhana. Terlebih saat Isaac Newton meng-gagas teori gravitasinya, keakurasian secara kuantitatif semakin terwujud. Dari penjabaran ini, ilmuwan mampu memperkirakan berbagai fenomena alam di waktu mendatang. Kegiatan manusia

"meramal kejadian mendatang" memperoleh landasan rasionalnya, yakni matematika. Gerak planet dapat diungkapkan dalam persamaan matematika dengan relatif akurat. Keberhasilan matematika menjabarkan fenomena alam semesta, bahkan sampai gerak planet tentu sesuatu yang tak masuk akal. Bagaimana matematika yang penuh idealisasi, tak terkait dengan kenyataan, tetapi justru mampu memodelkan kenyataan dengan berhasil?

Matematika menjadi bahasa yang dapat digunakan untuk mengkomunikasikan sekaligus menerjemahkan fenomena di semesta ke pemahaman manusia sehari-hari. Matematika menjadi semacam alat penerjemah antara fenomena alam atau kenyataan dengan pemikiran manusia.

Kemudian, di abad-abad selanjutnya, matematika semakin terlibat dalam perkembangan keilmuan fisika dan rekayasa. Juga ekonomi dan keuangan. Peran matematika dalam pengembangan pengetahuan ilmu sosial pun mulai mengakar dan substansial, tak kalah dibanding ilmu alam. Di penghujung akhir abad 20 semakin berarti dan mendasar. Dari Ilmu Politik, Sosiologi, Psikologi, sampai Geografi, matematika semakin berperan dalam pengembangan keilmuan-keilmuan itu.

Pada tahun 1960, fisikawan Eugene Wigner, menyampaikan presentasi dan artikel berjudul "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", yang diterbitkan di jurnal *Communications in Pure and Applied Mathematics*. Melalui tulisan ini, Wigner mengajukan pertanyaan mendasar, "Apa dasarnya yang membuat matematika begitu luar biasa efektif dimanfaatkan dalam keilmuan alam?" Matematika begitu berhasil untuk memperkirakan fenomena-fenomena alam yang bahkan belum diamati panca indra, bahkan alat ukur tercanggih sekalipun. Apa yang membuat matematika begitu berhasil dalam memodelkan, mengaproksimasi, dan menjelaskan fenomena alam?

Max Tegmark merupakan salah satu pakar fisika yang melanjutkan dan malah mengembangkan gagasan radikal Galileo itu. Jika Galileo memahami bahwa manusia dapat berpengetahuan atau berfilsafat dengan mempelajari semesta melalui bahasanya, yakni matematika, Tegmark berpendapat bahwa semesta ini memang sebuah matematika, atau tepatnya sebuah struktur matematika. Jadi, bukan saja matematika itu bahasa untuk memahami semesta, tetapi semesta itu memang sebuah (struktur) matematika.

Ini alasannya, kata Tegmark, mengapa matematika begitu efektif dalam menjelaskan fenomena di alam semesta ini. Dari tataran yang ukurannya sangat kecil seperti partikel, sampai tataran yang ukurannya luar biasa besarnya seperti planet, matematika efektif dimanfaatkan untuk menjelaskan feomenanya.

Berkat dan Kutukan

Bagi beberapa kelompok manusia, keadaan ini mungkin menakutkan. Fakta ini menunjukkan bahwa sepertinya kehidupan ini semakin hari semakin termatematikakan. Kehidupan manusia dicurigai orang-orang ini semakin tersedot ke dalam alam matematika. Mungkin dirasakan orang-orang ini, matematika semakin terlibat secara berarti dan mendasar sampai berlebihan dalam kehidupan sehari-hari. Hampir mustahil saat sekarang kita berkegiatan tanpa melibatkan matematika. Dari saat bangun tidur, memutuskan mau menggunakan mantel atau tidak, mau bawa payung atau tidak,

menentukan rencana rute perjalanan, perkiraan jadwal kerja, dan seterusnya, semuanya sudah dirasuki matematika.

Ada dua isu di balik ketakutan itu. Pertama, ketakutan terhadap keterlibatan matematika dalam hidup yang dipandang sebagai negatif semata. Ini karena isu selanjutnya ini. Kedua, gambaran terhadap matematika yang dicitrakan sebagai mekanistis, dingin, prosedural, tanpa melibatkan rasa, pendeknya tak manusiawi, itu sejatinya sebuah gambaran yang tak tepat.

Matematikawan G.H. Hardy di masa hidupnya merasakan keadaan yang serupa. Beliau jengkel, karena matematika di jamannya juga begitu bermanfaat dalam kehidupan nyata. Padahal Hardy menyatakan dan percaya bahwa dirinya bermatematika untuk bermatematika itu sendiri, sekedar demi kecantikan dan keasyikannya[1]. Matematika menurutnya punya realita atau kenyataan sendiri. Saking jengkelnya, beliau berangan-angan bahwa matematika yang dikerjakannya semoga tak ada manfaatnya dalam kehidupan ini. Namun, sayangnya hampir semua temuannya mempunyai terapannya hari ini.

Alasan Bermatematika

Saat sekarang, khususnya di Indonesia, anak dan pelajar mempelajari matematika juga karena harus, karena akan diujikan, bukan karena senang atau berhasrat. Sejatinya, bermatematika seperti melukis atau bernyanyi, melakukannya karena ada dorongan dari dalam diri, hasrat untuk melakukannya.

Suatu saat, di sebuah diskusi dengan mahasiswa dari institusi pendidikan atau keguruan, ada mahasiswi jurusan pendidikan seni rupa yang mengajukan pertanyaan. Mahasiswi ini bertanya mengapa pelajaran seni tidak dimasukkan ke UN. Jadinya, dia melanjutkan, anak-anak tak sungguh-sungguh belajar seni.

Tentu dapat dipahami maksudnya. Dia dan tentunya banyak orang percaya bahwa jika dimasukkan sebagai matapelajaran yang ikut diuji di UN, maka anak-anak dan gurunya akan serius dengan seni.

Lalu, saat itu saya setengah bercanda menawarkan, bagaimana jika matematika saja ditukar dengan kesenian di UN. Jadi, pelajaran Matematika tak diujikan, tetapi Kesenian diujikan dalam UN. Saya dan teman-teman pematematika mungkin yang akan senang sekali jika Matematika tak diujikan di UN. Betapa indahnya jika anak-anak bermatematika, karena berhasrat bermatematika semata.

Sedihnya, kenyataannya yang terjadi di Indonesia dan beberapa negara lain hari ini, matematika dicitrakan sebagai keharusan. Dibutuhkan di pendidikan selanjutnya. Tentu ini tak salah. Namun, jadinya kita manusia menjadikan matematika fokus pada kebermanfaatannya. Akhirnya, anak-anak belajar matematika hanya karena akan diujikan. Akibatnya kita belajar matematika hanya karena berguna, dibutuhkan hampir di semua keilmuan dan karier. Dibutuhkan, bukan dihasrati. Kita seperti belajar matematika untuk alasan yang keliru.

Matematika yang begitu bermanfaat dalam berbagai celah kehidupan manusia saat sekarang menjadikannya dilupakan keindahannya. Jadilah kebermanfaatan dan keefektifan matematika dalam kehidupan menjadikan berkat

[1] *"No discovery of mine has made, or is likely to make, directly or indirectly, for good or ill, the least difference to the amenity of the world."*

sekaligus kutukan. Kita kebanyakan manusia modern belajar matematika jadinya bukan karena dorongan yang utuh dan mulia. Ini kutukan pada kebermanfaatan matematika dalam kehidupan.

Anak-anak belajar matematika jadinya karena paksaan. Kita jadinya tak percaya bahwa ada hasrat alami anak yang menjadi pendorong kasmaran belajar matematika. Bermatematika jadi suatu kegiatan yang artifisial atau tempelan dalam berkehidupan. Padahal, bukankah matematika merupakan sebuah temuan dan karya kedahsyatan peradaban manusia yang paling tua sekaligus hakiki? Seharusnya alami bagi seorang anak atau manusia bermatematika. Jika seseorang bernyanyi, bukan karena harus, tetapi justru tanpa alasan jelas, begitulah seharusnya seseorang bermatematika. Bermatematika haruslah disetarakan dalam kegiatan berkesenian atau bermatematika haruslah setara dengan kegiatan mengisi Teka-Teki Silang dan Sudoku. Haruslah dengan alasan dan hasrat yang sama, yakni karena mengasyikkan. Tidak ada yang menjanjikan mengisi TTS atau Sudoku itu mudah, tetapi yang dijanjikan hanyalah, bermatematika itu mengasyikkan. Demikian pandangan anak dan kita terhadap matematika, sejatinya.

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, matematika didefinisikan sebagai kata benda, yakni

> *"ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yg digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan"*

Mungkin pendefinisian ini sudah tak tepat di masa sekarang. Pertama, matematika digambarkan hanya berkutat pada bilangan semata. Ini memang gambaran bagaimana orang awam percaya bahwa matematika itu sama dengan hitung-hitungan angka.

Kedua, kata 'prosedur operasional' yang memberikan kesan bahwa matematika sebagai sesuatu yang statis, sudah mati, tak berkembang lagi. Matematika jadi digambarkan sebagai kumpulan prosedur yang sudah dipahat pada prasasti, harus dipatuhi, dan tak perlu dikembangkan lagi. Prosedur dan makna perkalian dua bilangan harus dipatuhi, tak mungkin ada temuan yang lebih baik di kemudian hari. Demikian anggapan ini keliru. Padahal, matematika haruslah ditemukan atau dipulung oleh peradaban manusia terus menerus. Kebaikan dan keindahan ada di depan, bukan di belakang saja.

Bagaimana jika sebagai kata benda, matematika diartikan sebagai

> *"Suatu sistem kepercayaan tentang keterkaitan antar berbagai gagasan ideal manusia yang didasarkan pada pernalaran"*

Kecuali sebagai kata benda, matematika perlu juga dimaknai sebagai kata kerja. Mungkin sebagai kata kerja ini justru matematika modern lebih tepat digambarkannya. Matematika sebagai kata kerja dapat diartikan sebagai

> *Suatu kegiatan berkesenian bernalar dalam merumuskan kesimpulan sahih (necessary inferences)*

Namun, sebagai kesenian, walau seni tak selalu perlu mengandung keindahan dalam arti harfiah, apakah memang matematika mengandung estetika? Khususnya, apakah bermatematika mengandung keindahan?

Orang awam kerap memandang matematika sebagai sebuah disiplin yang steril dari keindahan dan meminggirkan unsur rasa.

Matematika dicitrakan beku, kaku, mekanistis, prosedural, pasti, asosial, tak berkembang lagi, dan tak manusiawi. Kekeliruan yang sama – mungkin bersumber dari kekurang-pedulian – terjadi pada ujung yang lain: seni dipandang tidak membutuhkan akal. Ini tak tepat, karena sebenarnya rasa dan akal saling terkait terpadu menyatu, sulit dipisahkan dalam kenyataannya.

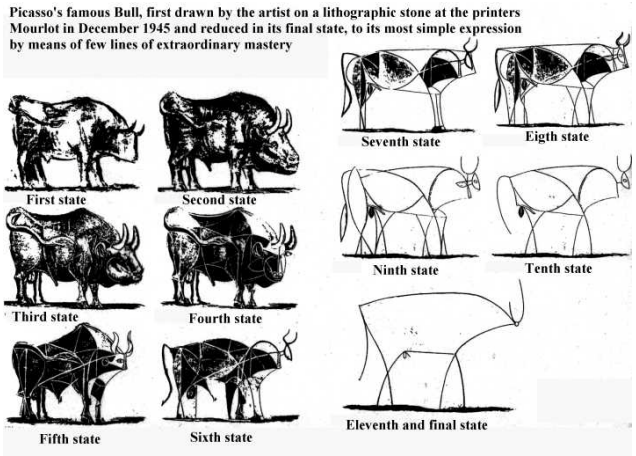
Rasa Berakal

Dalam rangkaian terdiri dari 11 lukisan litografi berjudul "*The Bull*" atau "Banteng", Picasso menggambar tubuh Banteng jantan. Melalui sebelas lukisan yang dibuat dalam kurun waktu setahun, dapat diikuti bagaimana proses dan progres Picasso merumuskan gagasan paling dasar dari objek banteng yang pertama ditangkap indra netranya dan kemudian bergerak secara gradual pada sesuatu yang ditangkap akalnya.

Pada lukisan pertama, yang dibuat sekitar Hari Natal tahun 1945, Picasso melukis banteng dengan realistik. Bahkan sapuan pensil arang menampilkan gradasi kehitaman. Lukisan banteng itu mirip dengan banteng yang tertangkap indra netra kita. Ada teori yang menjelaskan mengapa Picasso memilih binatang banteng untuk menyampaikan gagasannya. Namun, yang diulas di sini proses petualangan bernalar Picasso dalam pencarian sari pati dari banteng yang paling esensial.

Dari tahap di lukisan pertama tadi, dibuatlah lukisan ke-2, ke-3, dan seterusnya, sampai ke-11. Dalam setiap lukisan itu, Picasso menghapuskan atribut banteng yang kurang esensial dan *redundant* atau berlebihan pada lukisan sebelumnya. Pada setiap lukisan dapat dilihat upaya mengekstrak atribut banteng tersebut.

Di tahun 1946, pada lukisan rangkaian "Banteng" terakhir, yakni ke-11, Picasso hanya menggunakan sekitar 10 goresan garis dasar yang tegas, tanpa gradasi, tajam, dan tipis guna merepresentasikan gagasan inti dari "banteng" itu. Atribut atau unsur esensial banteng seperti kaki untuk berjalan, tanduk untuk mempertahankan diri, dan penis untuk berkembang biak ada di lukisan ini.

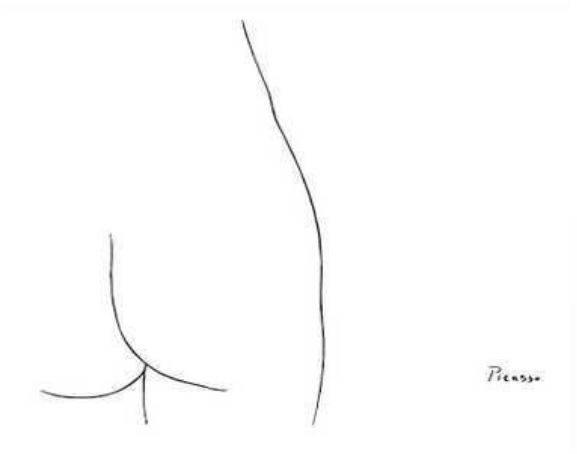


Gambar 1. Lukisan litografi Picasso "The Bull" atau "Banteng" bentuk menghasilkan proses daya cipta lukisan torso yang menunjukkan proses bernalarnya.

Merasuki karya rangkaian "Banteng" yang seperti sebuah film ini mencengangkan, memicu rasa takjub, mengejutkan, dan mengajak kita memahami proses berpetualang Picasso dalam alam akalnya. Bahkan bagi seseorang yang tak pernah diajar seni rupa, seperti saya, rangkaian lukisan tadi termasuk lukisan ke-11 itu luar biasa indah. Gabungan kecerdasan dan kesintingan menyatu. Ini juga tampil pada lukisan cat minyak "*Femme*" atau "Wanita" yang juga dibuat Picasso, dengan menggunakan 4

goresan garis, tak kurang tak lebih[2], untuk mewujudkan torso wanita.

Tentu makna indah di tataran gagasan yang dimaksud di sini berbeda dengan keindahan ragawi atau badani. Seperti keindahan rumusan matematika yang harus memenuhi syarat cukup tetapi minimalis dan pas. Cukup, tetapi tak dapat dikurangi lagi. Seperti 4 torehan garis di lukisan "Wanita" tadi. Oleh karenanya, dengan menyingkirkan akal bahkan nalar saat mengamati karya seni di atas, mustahil seseorang dapat menghargai dan terhanyut ke dalamnya.



Gambar 2. "*Femme*" atau "Wanita" yang merupakan karya lain Picasso yang menggunakan 4 goresan garis, untuk mewujudkan torso wanita.

Apa bedanya rasa keindahan yang muncul saat seseorang memahami lukisan "Banteng" itu dengan saat seseorang mampu memaknai kesemestaan rumus Newton $F = ma$? Bukankah rasa luruh, bersujud, bersyukur juga terjadi saat kita manusia memandang rumus Newton dengan netra dan rasa yang berdasar nalar kita? Bagaimana sari pati yang paling esensial pada gerakan semua benda di semesta ini, dari yang sekecil butiran pasir sampai yang sebesar planet, dapat dijabarkan melalui rumus sesederhana yang melibatkan hanya tiga aksara itu? Bukankah ini sama persis dengan bagaimana lukisan "Banteng" ke-11 dan "Badan Wanita" yang minimalis tepat – tak lebih, tak kurang – itu dapat menjabarkan esensi banteng?

Beethoven tuna rungu dan Euler tuna netra saat keduanya menelurkan karya hebatnya. Cukup dengan melihat lambang notasi musik, terpampang jelas di benak Beethoven sebuah konser agung dengan musiknya yang mengalun. Demikian juga cukup dengan mendengarkan rumus matematika, terpampang jelas di benak Euler sebuah lukisan kanvas indah jalinan gagasan dan alunan pernalaran yang melandasinya.

Seseorang yang dapat mengungkapkan, atau bahkan sekedar memaknai, suatu fenomena di kenyataan dan alam gagasan ke dalam rumusan matematika akan memasuki keadaan kasmaran, sama persis saat pelukis berhasil mengungkapkan pikiran dan perasaannya melalui lukisannya.

Mustahil memisahkan rasa dari akal karena bermatematika menubuh dengan rasa. Namanya juga sebuah seni. Di matematika, malah justru unsur rasa ini yang merupakan ujian pertama dan terakhir. Boleh percaya boleh tidak, beberapa matematikawan-cum-fisikawan seperti Hermann Weyl bersaksi bahwa jika harus memilih antara kebenaran dan keindahan, yang terakhir pasti yang akan dipilih. Matematikawan G.H Hardy yang paling ekstrem memandang matematika sebagai sebuah seni kreatif: "Pola matematika, seperti lukisan dan puisi seniman, harus indah; gagasan (matematika) seperti warna atau kata harus terjalin dengan harmonis."

[2] Steve Jobs menggunakan rangkaian gambar banteng karya Picasso itu untuk menjelaskan filosofi desain Apple.

Beliau juga secara gamblang berkata bahwa keindahan itu ujian pertama[3] dalam matematika. Padahal kenyataannya, dalam matematika, bagi kita semua di tataran pemula sering terjebak terlalu fokus pada "kebenaran" (dan kesalahan) semata serta mengabaikan keindahan. Betapa indahnya jika anak-anak bermatematika, berani mengungkapkan gagasan "sinting"nya, tanpa disensor oleh ketakutannya sendiri atas yang namanya "kesalahan" itu?

Seseorang yang tak berlatih menggunakan akal dengan baik, tentu akan mengalami defisiensi dalam merasakan keindahan karya kemanusiaan yang melibatkan akal seperti rumus Newton tersebut.

Apakah masalah jika seseorang tak mengembangkan rasa berakalnya? Tentunya pertanyaan ini sama dan sebangun dengan pertanyaan apakah masalah jika seseorang tak mengembangkan kemampuan memahami musik? Tidak masalah sedikitpun tentunya. Tetapi betapa ruginya hidup ini jika kita mengabaikan salah satu alasan utama kita manusia untuk menjalani hidup ini, yakni menikmati keindahan. Dunia berputar memang bukan karena nalar manusia, tetapi manusia yang harus memaknai kehidupan ini serta menalarnya sehingga manusia mengerti mengapa dunia layak dan beralasan untuk berputar terus.

Dikotomi akal dan rasa sudah terlalu usang dan tak relevan lagi. Keduanya memang beda untuk dikaji, tetapi saling berkait erat dalam befungsinya. Kita tak mampu mengendalikan bagian benak yang mengolah akal saja atau rasa saja. Kita membutuhkan keduanya dalam berkehidupan.

Tantangan

Merupakan tantangan bagi pematematika bersama guru sekolah untuk memungkinkan setiap anak mengalami petualangan bermatematika yang utuh lengkap dengan ruh rasa berakal. Harus dimungkinkan dan diupayakan pengalaman anak bermatematika karena keindahannya.

Di SD khususnya, konsep matematika cukup dipilih yang sederhana, tak perlu menuntut banyak pengertian yang terlalu teknis, membutuhkan rumus yang berbelit-belit, namun justru perlu dipilih yang melibatkan proses bernalar canggih. Merasakan dan menunjukkan kedahsyatan pernalaran manusia, dapat melalui matematika yang menggunakan gagasan sederhana, seperti sesederhana pola bilangan ganjil atau algoritma perkalian dua bilangan dua-angka. Anak perlu segera merasakan kejeniusan dan kesintingan bermatematika.

Jika matapelajaran lain hari ini sudah kehilangan kejeniusan dan kesintingannya, mungkin matematika mampu menawarkan sentuhan keduanya. Strategi ini yang akan membangkitkan kasmaran bermatematika dan kasmaran belajar pada umumnya. Belajar bukan karena mudah, tetapi karena menikmati proses memahaminya. Semoga, mulai hari ini tiap anak memasuki kasmaran bermatematika, agar mampu menikmati bentuk keindahan yang ditangkap melalui rasa berakalnya. Manusia menikmati kasmaran bermatematika dan petualangan dalam semesta matematika harus menjadi salah satu alasan mengapa dunia perlu berputar terus. ***

[3] *"Beauty is the first test: there is no permanent place in the world for ugly mathematics."*

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 41-47

Nobel Fisika Berkat Sigupa?

L. Wilardjo

Kompas, edisi 3/12/2014, melaporkan hasil penelitian Situs Gunung Padang (Sigupa), yang dilakukan oleh Tim Terpadu Riset Mandiri (TTRM). Mantan Ketua Arkeologi TTRM, Ali Akbar, menyatakan bahwa ditemukan dua umur Sigupa, yakni berdasarkan peninggalan dari masa 500 SM dan 5.200 SM. Berarti umur Sigupa sudah 2.500 tahun, atau 7.200 tahun lebih. Itu ditentukan dengan *Carbon Dating*, yakni pengukuran umur situs arkeologi dengan menggunakan radioisotop *C*-14 (atom karbon dengan inti 14 nukleon, 6 di antaranya proton dan yang 8 lainnya neutron).

Pengukuran umur benda-benda arkeologis memang lazim dilakukan dengan *carbon dating*, sebab umur-paruh (*half-life*) *C*-14, yakni 5.600 tahun, ideal untuk menentukan umur peninggalan kuno yang termasuk di dalam rentang antara 600 tahun sampai 10.000 tahun.

Tetapi Bagyo Prasetyo, pakar dari Pusat Arkeologi Nasional, mengatakan bahwa teknologi logam baru muncul sesudah tarikh Masehi, sehingga aneh kalau ada koin di Sigupa yang berasal dari masa 5.200 SM. Sebaiknya umur berdasarkan *carbon dating* itu dibandingkan dengan yang didapatkan dari cara pendugaan lain, seperti catatan sejarah. "Arkeologi tidak dapat hidup tanpa konteks", katanya.

Cara lain yang *independent* terhadap *carbon dating* itu antara lain dipakai oleh Hadiwaratama, insinyur Fisika Teknis di Polman (Politeknik Manufaktur) Bandung yang menekuni Bahasa Jawa Kuno dan Budayanya. Hadiwaratama, berdasarkan telaah filologisnya meragukan pernyataan bahwa Sigupa berbentuk piramida besar dan dibangun di masa 5.200 SM.

Carbon Dating

Carbon dating ialah pendugaan umur artefak arkeologis dengan menggunakan radioisotop *C*-14. Teknik ini selanjutnya kita sebut "pendu-muran karbon". "Dumur" ialah akronim untuk "pendugaan umur".

Di Bumi, isotop karbon yang lazim ditemukan dan paling jerah (*the most abundant*) ialah *C*-12. Tetapi ada juga *C*-14, sebab atmosfer Bumi senantiasa "dihujani" zarah-zarah energetik dari angkasa luar, yang disebut sinar kosmos (*cosmic rays*).

Sinar kosmos ini menyebabkan terjadinya disintegrasi nuklir, dan dari disintegrasi ini muncul neutron. Neutron-neutron ini ada yang bereaksi dengan nitrogen dan membentuk *C*-14. Reaksi nuklirnya ${}^{14}_{7}N(n,p){}^{14}_{6}C$, atau lebih jelasnya :

$$ {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}p \, , $$

inti atom *N*-14 menangkap neutron lalu berubah menjadi inti atom *C*-14 sambil melepaskan proton. Karena itulah terdapat *C*-14 di dalam atmosfer, meskipun proporsinya rendah. Proporsi ini kira-kira tetap, sebab intensitas sinar kosmos tidak berubah selama beberapa milenia terakhir.

Karena dalam pernafasannya — untuk keperluan fotosintesis — tumbuhan menghirup karbon dalam bentuk gas CO_2, dan menghasilkan oksigen dalam bentuk gas O_2, sedang sebaliknya hewan dan manusia menghirup O_2 dari udara dan mengeluarkan CO_2, maka terjadilah baku-tukar O_2-CO_2, antara fauna dan flora. Lagi pula, hewan dan manusia makan tumbuhan dan hewan lain. Karena itu semua makhluk hidup mengandung sedikit *C*-14 di tubuhnya. Selama hidupnya, kadar *C*-14 itu kira-kira tetap saja. Tetapi bila makhluk hidup (baik dari dunia flora, maupun fauna) kemudian mati, proses respirasi dan metabolismenya berhenti, sehingga tidak lagi mendapat pasokan *C*-14. Karena peluruhan radioaktif *C*-14 itu masih terus berlangsung, maka kadar *C*-14 di dalam jasad atau fosil menurun, menjadi separuh dari jumlahnya semula setiap 5.600 tahun. Maka dengan membandingkan kadar *C*-14 dalam jaringan tubuh makhluk hidup dengan kadar *C*-14 dalam fosilnya, dapat diketahui, berapa tahun umur fosil itu. Kalau Sigupa sudah berumur 7.200 tahun, jadi sekitar 1,5 umur paruh *C*-14, maka kadar *C*-14 dalam fosil dari Sigupa tinggal kurang dari separuhnya kadar *C*-14 dalam hewan atau tumbuhan yang sekarang masih hidup.

Perlu Ketelitian

Pendumuran karbon cukup baik sebagai cara untuk menentukan umur artefak arkeologis. Dalam rentang umur antara 600 sampai 10.000 tahun, peluang melesetnya dari umur yang benar tak sampai 100 tahun.

Tetapi pengukurannya harus dilakukan dengan sangat teliti, sebab lazimnya kadar *C*-14 dalam 1 gram cuplikan (*sample*) fosil cuma 1 dalam 1 triliun. Ini setara dengan laju disintegrasi 15 kali per menit dalam 1 gram karbon. Lagi pula, energi zarah beta yang dilepaskan *C*-14 dalam peluruhannya kecil. Karena itu spesimennya harus tipis sekali, dan tameng pelindungnya (*shielding*) harus cukup tebal dan terbuat dari logam berat (misalnya timbel) yang tidak mengandung campuran zat radioaktif. Dengan demikian tidak ada gangguan cacah palsu (*spurious counts*) dari lingkungan. Sinar kosmos, karena sangat energetik, memang tak dapat dicegah untuk ikut masuk ke dalam detektor. Tetapi gangguannya dapat dikoreksi, sebab intensitas sinar kosmos itu rendah dan praktis tetap.

Ekakutub Magnetik

Dalam artikel yang berjudul "Gunung Padang Parahyangan", tertanggal 19 September 2014, Hadiwaratama mengatakan (tentu berdasarkan informasi dari peneliti Sigupa) bahwa ada "benda batu berserat dengan magnet berkutub satu yang diperkirakan asli dari dalam situs." Ini "*hil yang mustahal*" (meminjam ungkap-

annya pelawak Asmuni, alm.). Mana ada magnet berkutub satu?

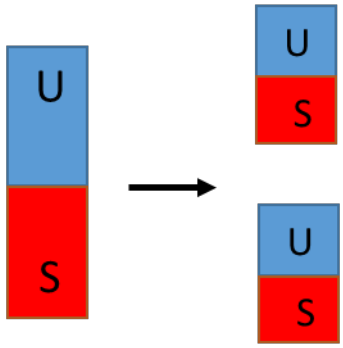
Menurut hukum Biot-Savart dalam Elektrodinamika, yang dapat diungkapkan dengan lebih sederhana sebagai persamaan Maxwell yang ke-3, yakni *div*.**B** = 0 (divergens medan imbas magnetik sama dengan nol) dapat dipastikan bahwa magnet itu berkutub dua. Tidak ada magnet yang hanya mempunyai kutub Utara, tanpa kutub Selatan. Juga tidak ada magnet yang berkutub Selatan saja; pasti ada kutub pasangannya, yakni kutub Utara.

Kalau sampai ada orang yang menemukan magnet berkutub satu, dunia (dan terutama komunitas ilmiah) akan gempar, dan Si Penemu akan mendapat hadiah Nobel dalam Fisika dari Komisi Nobel Stockholm.

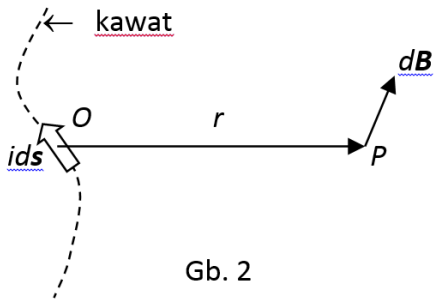
Anda merasa tidak kekurangan akal, lalu memotong magnet batang yang ujung atasnya kutub Utara dan ujung bawahnya kutub Selatan menjadi dua bagian. Anda pikir akan Anda peroleh dua magnet batang yang lebih pendek, dengan ujung atas potongan atas berupa kutub Utara dan ujung bawah potongan bawah berupa kutub Selatan. Dengan demikian Anda mempunyai dua magnet batang yang masing-masing berkutub tunggal. Benarkah?

Jain, kata orang Jerman. *Ja und nein*, ya dan tidak. **Ya**, Anda memang memperoleh dua magnet batang dan magnet potongan atas itu ujung atasnya berupa kutub Utara, sedang magnet potongan bawahnya ujung bawahnya berupa kutub Selatan. Tetapi tidak. Anda tidak mempunyai dua magnet batang yang masing-masing berkutub tunggal, sebab di ujung bawah potongan atas muncul kutub Selatan dan di ujung atas potongan bawah muncul kutub Utara (lihat Gambar 1).

Hukum Biot-Savart ialah hukum empiris yang memberikan hubungan kuantitatif antara arus elektrik *i* yang ada (mengalir) di unsur (elemen) kawat penghantarnya, ***ds***, dan medan imbas magnetik ***dB*** yang diimbaskan arus tersebut. Unsur kawat berarus, *ids,* itu terletak di titik sumber yang dapat kita jadikan titik-asal koordinat *O*, sedang medan ***dB***, diimbaskan di titik observasi *P*(**r**) (lihat Gambar 2).



Gambar 1. Magnet batang dipotong menjadi dua. Masing-masing potongan menjadi dwikutub magnetik, dengan pasangan kutub Utara dan kutub Selatan.



Gambar 2

James Clerk Maxwell, fisikawan Skotlandia, menurunkan persamaannya yang ke-3,

$$\mathbf{div.B} = 0 \qquad (1)$$

dari hukum Biot-Savart. Karena itu, persamaan Maxwell ke-3 ini selain matematis kuantitatif juga faktual.

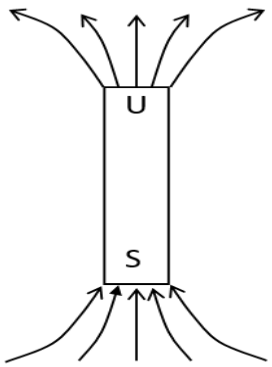
Persamaan (1) itu diungkapkan dalam bentuk diferensial. Kalau diekspresikan dalam bentuk integral, jadinya begini:

$$\oint_s B.d\sigma = 0 \qquad (2)$$

Secara verbal, integral muka medan imbas magnetik **B** melalui seluruh permukaan tertutup *S* sama dengan nol.

Integral **B** melalui sebentang permukaan disebut fluks **B**, lambangnya ϕ_B. Permukaan tertutup ialah permukaan yang membatasi bagian dalam dari bagian luar suatu ruang, seperti permukaan bola. Jadi, **fluks medan imbas magnetik melalui sebarang permukaan tertutup sama dengan nol**.

Medan dapat dibayangkan dengan garis-garis medannya. Garis-garis medan magnetik arahnya ke luar dari kutub Utara magnet tersebut dan masuk ke dalam kutub Selatannya (lihat Gambar 3).



Gambar 3

Bayangkan sebatang magnet berada di sebelah dalam sebuah permukaan tertutup. Fluks medannya yang ke luar dari permukaan itu positif, sedang yang masuk ke dalamnya negatif. Maka persamaan (2) menyatakan bahwa garis-garis medan magnetik yang ke luar dari kutub U semuanya masuk kembali ke dalam kutub S. Tidak ada yang ke luar tetapi tidak masuk kembali. Berarti tidak ada kutub U tanpa kutub S pasangannya yang sama kuatnya. Begitu pula sebaliknya, tidak ada kutub S yang tidak berpasangan dengan kutub U. Tidak ada magnet berkutub tunggal!

Deret Uranium

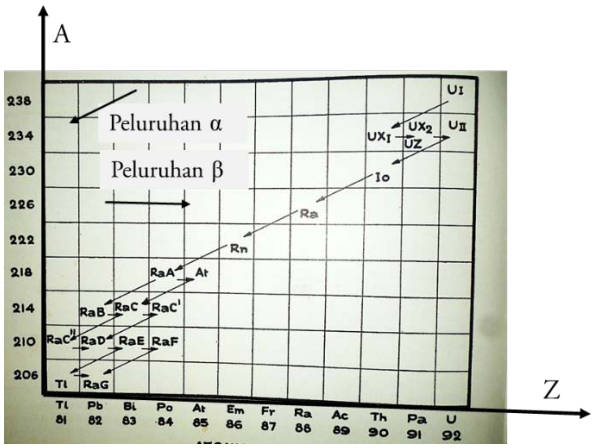
Untuk pendumuran radioaktif peninggalan palaeontologis yang jauh lebih tua, dipakai uranium, yang deret peluruhan radioaktifnya berakhir pada timbel (*Pb*) yang mantap. Dua deret radioaktif lainnya, yakni deret aktinium dan deret torium juga dapat dipakai untuk menduga umur yang sangat panjang, misalnya umur serpihan batu meteorit. Satu deret radioaktif lagi, yakni deret neptunium, tidak dapat dipakai, sebab deret ini sudah tidak ada lagi secara alami, sebagai akibat dari umur paruh anggotanya yang paling panjang-umur yang hanya 2 juta tahun. Ini jauh sekali lebih pendek daripada umur Bumi, yang diperkirakan sudah 4,5 miliar tahun.

Deret-deret radioaktif uranium, aktinium, dan torium berakhir pada isotop *Pb* (*plumbum*) yang mantap, sedang deret neptunium berujung mantap pada bismuth.

Peluruhan radioaktif dalam deret uranium itu sesudah timbel ($^{206}_{82}Pb$) mulai terbentuk dan sebelum uranium ($^{238}_{92}U$)-nya habis, mencapai keseimbangan sekular. Artinya, semua radio-isotop dalam deret itu (kecuali "kepala" dan "buntut"-nya) jumlah intinya tetap, sebab tambahan dari peluruhan inti di depannya persis sama dengan pengurangan karena inti tersebut meluruh menjadi inti di belakangnya. Keadaannya seperti ember berisi air yang mendapat tambahan air kran dari atas, tetapi juga meng-

alami pengurangan sebab ada lubang (bocor) di pantat ember itu. Tambahan dari kran sama dengan pengurangan karena bocor itu, sehingga jumlah air di dalam ember itu — dengan kata lain tingginya permukaan air di dalam ember tersebut — tetap.

"Kepala" deret radioaktif uranium ialah isotop yang lambangnya $^{238}_{92}U$. Nomor massa-nya 238, artinya intinya terdiri atas 238 nukleon, 92 diantaranya berupa proton dan yang selebih-nya (146) neutron. Semua "mata rantai" yang membentuk deret itu mempunyai nomor massa A yang memenuhi "rumus" $A = 4n + 2$. A-nya $^{238}_{92}U$ ialah 238 yang memenuhi rumus ini dengan $n = 59$; $[238 = (4 \times 59) + 2]$.



Gambar 4. Deret $(4n + 2)$

Semua anggota deret itu radioaktif, kecuali "buntut" deret tersebut, yakni timbel $^{206}_{82}Pb$, yang mantap. Ragam peluruhannya kebanyakan dengan melepaskan zarah alfa, yang tidak lain daripada inti helium ($^{4}_{2}He$). Tetapi ada juga yang aktif beta, artinya memancarkan zarah beta (yang adalah elektron), dan ada pula yang selain aktif alfa juga aktif beta. "Kepala" deret uranium melalui peluruhan alfa delapan kali dan peluruhan beta enam kali sebelum sampai ke "buntut"nya yang mantap.

Dalam peluruhan beta, n dalam rumus $A = (4n + 2)$ tidak berubah, sebab yang terjadi ialah inti induk (*parent nucleus*) memancarkan elektron (zarah beta) secara spontan, sembari satu neutronnya berubah menjadi proton. Karena baik neutron, maupun proton, adalah nukleon (zarah pembentuk inti), maka jumlah nukleon dalam inti induk itu — dengan kata lain, nomor massa (A)-nya — tetap saja.

Tetapi dalam peluruhan alfa, n-nya inti induk seraya berubah menjadi inti anang (*daughter nucleus*) berkurang 1, sebab ia melepaskan zarah alfa, yakni inti atom helium yang terdiri dari 2 neutron dan 2 proton — jadi 4 nukleon. Polonium ($^{210}_{84}Po$), misalnya, meluruh dengan melepaskan zarah alfa lalu menjadi timbel ($^{206}_{82}Pb$). Nomor massanya, 206, berkurang dari 210 dengan 4 (yakni $4n$ dengan $n = 1$).

Oleh karena itulah semua anggota deret itu nomor massanya memenuhi rumus $A = 4n + 2$, mulai dari $n = 59$ (uranium), turun satu demi satu sampai $n = 51$ (timbel).

Karena semua anggotanya, nomor massanya memenuhi rumus $A = 4n + 2$, maka deret uranium juga disebut "deret $(4n + 2)$". Kepala deret $(4n + 2)$ ini, yakni uranium-238, mempunyai umur-paruh (*half-life*) $1{,}42 \times 10^{17}$ sekon atau hampir 10^{12} (satu triliun) tahun. Artinya, suatu cuplikan (*sample*) yang mengandung N inti uranium-238, inti uraniumnya baru akan tinggal $\frac{1}{2}N$ setelah satu triliun tahun kemudian. Karena umurnya yang sangat panjang itulah, maka uranium-238 sesuai untuk pendumuran batuan palaentologis.

Selain rentang umur yang diduga, ada perbedaan lain antara pendumuran karbon dan pendumuran uranium. Pada pendumuran karbon, yang diperkirakan umurnya ialah artefak arkeologis, dan pendumuran itu didasarkan pada radioisotop *C*-14 **yang masih tersisa** di dalam cuplikan (*sample*) artefak itu. Sedangkan pada pendumuran uranium, yang diperkirakan umurnya ialah batuan paleontologis, dan pendumuran itu didasarkan pada isotop timbel yang mantap **yang sudah terbentuk** dalam spesimen yang didumur.

Menghapus Penasaran

Paul Adrien Maurice Dirac ialah fisikawan Inggris pemenang hadiah Nobel (1933). Dalam rentang waktu selama usianya likuran tahun, artinya antara 20 – 30 tahun, ia cemerlang dan kreatif. Dirac muda dikagumi Werner Heisenberg waktu mereka sama-sama menjadi peneliti di Universitas Cambridge. Heisenberg sedikit lebih senior daripada Dirac. Ia bersama Born dan Jordan terkenal sebagai "Trio Goetingen". Heisenberg (1932), dan kemudian juga Max Born (1954), juga mendapat hadiah Nobel. Selain Heisenberg, Richard P. Feynman (pemenang Nobel untuk Elektrodinamika Kuantum) ketika masih anak muda juga mengagumi Paul Dirac.

Dalam artikelnya, "*The Test*", Dirac menuturkan reaksi Einstein ketika diberi tahu tentang ekspedisi Eddington. Ekspedisi yang dipimpin astronom Inggris, Arthur Eddington (1919) itu berhasil membuktikan kejituan ramalan Einstein dalam teori Relativitas Umumnya, bahwa cahaya bintang mengalami pembelokan ketika melintas di dekat Matahari. Observasi di saat-saat terjadi gerhana matahari di pulau Principe, di lepas pantai Barat Afrika, itu merupakan pembuktian yang pertama atas Relativitas Umum Einstein, padahal lima tahun sebelumnya (1914) pun, Erwin F. Freundlich, astronom Jerman, sudah berusaha menguji ramalan Einstein tersebut dalam ekspedisinya (yang gagal) di Semenanjung Krimea. Karena itu, orang pada umumnya membayangkan betapa serunya Einstein berteriak-teriak sambil berjingkrak-jingkrak mendengar berita besar itu.

Ternyata tidak! Menurut Paul Dirac, Einstein bersikap dingin-dingin saja. Bagi Einstein, kebenaran prediksi teoretisnya itu bukan kejutan, sebab sejak semula ia sudah yakin bahwa temuannya tentang pembelokan cahaya itu benar adanya.

Perasaan biasa-biasa saja seperti Einstein itu juga akan kita rasakan bila — dan jika — "temuan" magnet berkutub tunggal itu diuji, dan ternyata salah. Komunitas ilmuwan, pada umumnya *yakin-haq'ul-yakin* bahwa mau diuber sampai *jabalekat* pun, ekakutub magnet (*magnetic-monopole*) itu tidak akan ditemukan.

Namun *tokh* mungkin ada yang masih penasaran di kalangan para peneliti Sigupa yang menemukan batu bergurat logam magnetik itu. Neutrino, yang sejak ditemukan oleh Enrico Fermi pada tahun 1934, sampai enam dasawarsa kemudian, disangka nirmassa (*massless,* artinya massanya nol), ternyata mempunyai massa, meskipun kecil sekali. Para peneliti di Kamiokande (*Kamioka Nuclear Detection Experiment*), di Jepang, berhasil membantah kenirmassaan neutrino! Daripada penasaran terus, mengapa tidak diuji saja secara ilmiah, dugaan tentang magnet berkutub tunggal itu? Sigupa dekat dengan Bandung, dan di Bandung ada ITB. Di ITB ada Departemen Fisika di FMIPA, dan Departemen Teknik Elektro di STEI. Di dekat kampus ITB, di Cisitu, ada

Puslit Fisika yang merupakan cabang LIPI. Di salah satu dari ketiga tempat tersebut di atas pengujian terhadap magnet Sigupa itu dapat dilakukan. Siapa tahu, pengujian itu membantah "hil yang mustahal"-nya Asmuni almarhum. Hebat, bukan, kalau ada putra bangsa kita meraih hadiah Nobel Fisika? ***

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 49-55

Archimedes dan Taksiran Bilangan π

Hendra Gunawan

"*Beri saya tempat untuk bertumpu, dan saya akan angkat Bumi ini.*" Demikian ujar Archimedes dari Syracusa (287–212 SM), salah seorang ilmuwan ternama di Alexandria pada abad ke-3 SM. Banyak skolar masa kini menilai bahwa Archimedes adalah ilmuwan terhebat sebelum Isaac Newton. Anggapan ini tidak berlebihan, mengingat tak sedikit temuan penting Archimedes yang hingga saat ini masih dipakai.

Selain karyanya dalam matematika, Archimedes dikenal pula karena karya-karyanya dalam fisika. Kutipan di atas berkaitan dengan tuas temuannya. Selain itu, kita juga mengenal Hukum Archimedes yang berkaitan dengan gaya apung benda dalam air. Ia juga membuat banyak peralatan, antara lain katapel, yang dipakai sebagai senjata dalam perang. Semasa hidupnya, ia menjadi incaran tentara Roma karena senjata ciptaannya konon telah banyak mencederai tentara Roma.

Lalu ada sejumlah kisah menarik tentang Archimedes, antara lain ketika ia mandi dan menemukan cara menghitung volume sebuah mahkota, ia sontak berlari ke jalan sambil berteriak "*Eureka!*", yang berarti "Aku menemukannya!", konon tanpa mengenakan pakaiannya. Beberapa hari sebelumnya, Raja Hieron yang merupakan temannya meminta ia untuk menghitung proporsi emas dan perak dalam mahkotanya. Untuk melaksanakan tugas itu, Archimedes perlu mengetahui volume mahkota tersebut. Namun, karena bentuknya yang rumit, tidak ada rumus yang tersedia untuk menghitung volumenya. Hingga pada suatu saat, ketika mandi berendam dalam bak, ia mendapat ide cemerlang bagaimana menghitung volume benda pejal sembarang, yaitu dengan mencelupkannya ke dalam air dan menghitung volume air yang dipindahkan oleh benda tersebut.

Selain itu ada pula cerita menarik seputar kematiannya, yang terjadi pada tahun 212 SM ketika Syracusa diserang pasukan tentara Roma. Ketika asyik mengerjakan hitung-hitungan matematika di atas tanah, ia dihampiri oleh seorang tentara Roma yang memang mengincarnya dan berniat membunuhnya. Konon, sebelum dihabisi, Archimedes sempat meminta waktu kepada tentara Roma tersebut untuk menyelesaikan hitung-hitungannya terlebih dahulu.

Dalam matematika, kontribusi Archimedes tercatat mulai dari pemecahan masalah dengan menggunakan apa yang kita kenal sekarang sebagai kalkulus, hingga teori bilangan. Salah satu masalah yang ia geluti dalam teori bilangan baru terpecahkan di tahun 1965.

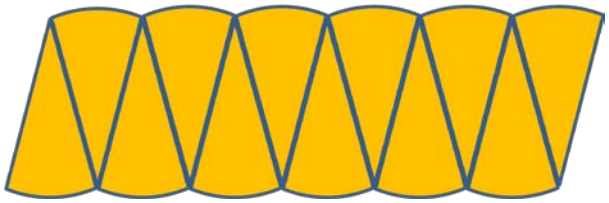
Dalam geometri, yang akan kita soroti sekarang, nama Archimedes melekat pada rumus luas lingkaran. Satu dua abad sebelumnya, Antiphon (~425 SM) dan Eudoxus (405-355 SM) telah membuktikan bahwa luas lingkaran sebanding dengan kuadrat dari diameternya, namun berapa konstanta perbandingannya tidak mereka ketahui. Hasil Antiphon dan Eudoxus hanya mengukuhkan apa yang telah diketahui oleh orang Babilonia dan Mesir Kuno. Namun, rumus luas lingkaran yang dipakai hingga saat itu hanya merupakan rumus hampiran, yang entah dari mana asalnya. Sebagai contoh, orang Mesir Kuno menggunakan rumus

$$L = (4/3)^4 r^2,$$

dengan L dan r menyatakan luas dan jari-jari lingkaran. (Dengan rumus ini, nilai π ditaksir kira-kira sama dengan 3,16.) Hal ini rupanya membuat penasaran beberapa matematikawan Yunani Kuno, khususnya Antiphon, Eudoxus, dan Archimedes.

Dengan menggunakan metode penghampiran yang dirintis oleh Eudoxus, Archimedes berhasil membuktikan bahwa luas lingkaran sama dengan setengah keliling kali jari-jarinya. Jika π menyatakan rasio keliling terhadap diameter lingkaran (yang kelak akan ditaksir nilainya oleh Archimedes), maka luas lingkaran sama π kali jari-jari kuadrat. (Pada waktu itu, Archimedes tidak menggunakan lambang bilangan π. Lambang ini baru dipakai oleh William Jones pada tahun 1706.)

Bagaimana Archimedes membuktikan rumus luas lingkaran tersebut? Dengan memotong lingkaran menjadi sejumlah bagian, dan menyusun potongan-potongan lingkaran tersebut seperti pada gambar di bawah ini, tampak bahwa luas lingkaran kira-kira akan sama dengan setengah keliling kali jari-jarinya.

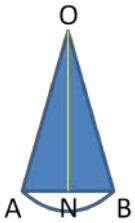


Archimedes membuktikan bahwa luas lingkaran memang persis sama dengan setengah keliling kali jari-jarinya, dengan metode pembuktian tidak langsung, sebagai berikut.

Andaikan luas lingkaran (= L) lebih besar daripada ½ × keliling × jari-jari (= T). Pilih bilangan asli n cukup besar sedemikian sehingga

$$T < \text{luas segi-}2^n \text{ beraturan} < L.$$

Misal AB adalah panjang sisi segi-2^n beraturan tersebut. Pada segitiga OAB, ruas garis ON tegak lurus terhadap AB. Di sini, $|ON|$ lebih kecil daripada jari-jari (lihat gambar di bawah).



Jadi, kita peroleh

$$\begin{aligned}\text{Luas segi-}2^n \text{ beraturan} &= 2^n \times (\tfrac{1}{2}|AB| \times |ON|)\\ &= \tfrac{1}{2} \times (2^n|AB| \times |ON|)\\ &< \tfrac{1}{2} \times \text{keliling} \times \text{jari-jari}\\ &= T,\end{aligned}$$

yang bertentangan dengan fakta sebelumnya. Jadi, Archimedes menyimpulkan, tidaklah mungkin $L > T$. Dengan cara yang serupa, Archimedes juga sampai pada kesimpulan bahwa $L < T$ juga tidak mungkin terjadi. Jadi, berdasarkan Hukum Trikotomi, kemungkinan yang tersisa adalah $L = T$, dan ini adalah fakta yang ingin dibuktikan.

Berdasarkan temuan tersebut, kita dapatkan bahwa luas lingkaran berdiameter 1 sama dengan $K/4$, dengan K menyatakan keliling lingkaran berdiameter 1. Selanjutnya, misal L menyatakan luas lingkaran berjari-jari r. Maka, berdasarkan temuan Antiphon dan Eudoxus, yang menyatakan bahwa luas lingkaran sebanding dengan kuadrat dari diameternya, kita mempunyai

$$\frac{L}{K/4} = \frac{(2r)^2}{1^2}.$$

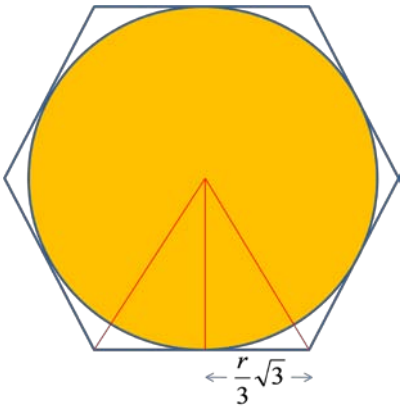
Akibatnya, kita peroleh $L = Kr^2$.

Masalahnya adalah, berapa nilai K tersebut? Ingat bahwa K sama dengan keliling lingkaran berdiameter 1. (Menggunakan lambang bilangan yang diperkenalkan oleh William Jones, bilangan K tak lain adalah bilangan π yang nilainya kira-kira sama dengan 3,14. Tetapi nilai ini belum diketahui pada saat itu.)

Archimedes pun penasaran ingin mengetahui berapa nilai π yang merupakan perbandingan keliling lingkaran dan diameternya. Dengan menggunakan segi-96 beraturan "yang memuat lingkaran", Archimedes memperoleh taksiran $\pi < \frac{22}{7}$. Langkah-langkah yang dilakukannya untuk memperoleh taksiran ini adalah sebagai berikut. Mulai dengan segi-enam beraturan yang memuat lingkaran (berjari-jari r sembarang), Acrhimedes mendapatkan bahwa

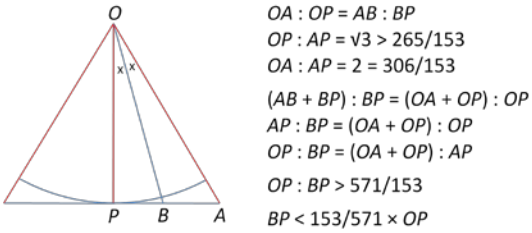
$$\pi < 2\sqrt{3} \approx 530/153$$

(hampiran nilai $\sqrt{3} \approx 265/153$ dapat diperoleh dengan Algoritma Euclid, yang sudah dikenal oleh matematikawan Yunani Kuno saat itu. Ingat bahwa Archimedes lahir beberapa puluh tahun setelah Euclid).



Selanjutnya, dengan membagi dua sudut pada puncak segitiga dalam segi-enam beraturan, Archimedes menaksir keliling lingkaran dengan keliling segi-12 beraturan yang memuat lingkaran. Dengan menggunakan kesebangunan dua segitiga dan perhitungan perbandingan panjang sisi-sisi segitiga yang terlibat dengan teliti (lihat gambar), Archimedes mendapatkan taksiran yang lebih halus, yaitu

$$\pi < 12 \times 153/571 = 1.836/571.$$



Ia kemudian membagi dua lagi sudut pada puncak segi-12 beraturan untuk memperoleh segi-24 beraturan dan, dengan per-

hitungan yang lebih rumit, ia pun mendapatkan taksiran berikutnya, yaitu

$$\pi < 24 \times 153/1.162{,}125.$$

Perhatikan betapa Archimedes tidak ingin mengabaikan nilai 0,125 yang sama dengan 1/8 itu dalam perhitungannya, guna mendapatkan taksiran yang teliti untuk π.

Langkah yang serupa dilakukan lagi dan lagi oleh Archimedes, sehingga ia memperoleh taksiran untuk π melalui segi-48 beraturan, yaitu

$$\pi < 48 \times 153/2.334{,}25,$$

dan akhirnya melalui segi-96 beraturan, ia mendapatkan

$$\pi < 96 \times 153/4.673{,}5 = 22/7.$$

Eureka!

Apakah Archimedes berhenti sampai di sini? Tidak, ia masih melanjutkan menaksir nilai π "dari sebelah kiri", dengan menggunakan segi-96 beraturan "di dalam lingkaran". Dalam hal ini, ia memperoleh taksiran $\pi > 223/71$. Dengan hasil ini, Archimedes menyimpulkan bahwa

$$223/71 < \pi < 22/7.$$

Bila kita kemudian menganggap $\pi \approx 22/7$, maka kesalahan perhitungan dalam penaksiran ini takkan lebih daripada $22/7 - 223/71 \approx 0{,}002$.

Archimedes menuliskan hitung-hitungan di atas dalam karya tulisnya yang berjudul "Pengukuran pada Lingkaran" [T.L. Heath (ed.) (1953), *The Works of Archimedes*]. Karya Archimedes inilah yang kemudian menginspirasi banyak matematikawan generasi berikutnya untuk menaksir nilai bilangan π dengan ketelitian yang lebih tinggi. Sebagai contoh, Claudius Ptolemy (~85–165 M), astronom dan ahli Geografi dari Alexandria, berhasil memperoleh taksiran $\pi \approx 377/120 \approx 3{,}14166$. Nilai taksiran ini diperolehnya dengan menggunakan segi-360 beraturan dan taksiran $\sqrt{3} \approx 1{,}73205$.

Seperti halnya di Yunani Kuno, bilangan π telah pula membuat beberapa matematikawan Tiongkok Kuno penasaran. Sejak awal abad ke-1, para matematikawan di sana telah menggunakan taksiran $\pi \approx 3{,}1547$. Sekitar tahun 265, Liu Hui menggunakan segi-3072 beraturan dan mendapatkan taksiran $\pi \approx 3{,}1416$. Taksiran ini diperoleh Liu Hui dengan melanjutkan hitung-hitungan Archimedes dari segi-96 ke segi-192, segi-384, segi-768, segi-1536, dan akhirnya segi-3072 beraturan, tentunya dengan ketekunan yang luar biasa. Tak puas dengan hasil yang diperoleh Liu Hui, pada tahun 480-an, Zu Chongzi menggunakan segi-12288 beraturan dan memperoleh taksiran $\pi \approx 355/113 \approx 3{,}1415929$. Dengan hasil ini, Zu Chongzhi telah menaksir nilai π dengan tepat hingga 6 angka di belakang koma, suatu taksiran yang jauh lebih baik daripada taksiran Ptolemy.

Di India, seorang astronom bernama Aryabhata menggunakan taksiran $\pi \approx 3{,}1416$ dalam suatu perhitungan yang ia abadikan dalam bukunya pada tahun 499 M. Di Persia, matematikawan terkenal bernama Al-Khwarizmi juga masih menggunakan taksiran $\pi \approx 3{,}1416$ pada awal abad ke-9, yang mengisyaratkan bahwa hasil yang telah diperoleh sebelumnya oleh Zu Chongzi belum diketahui olehnya. Baru pada tahun 1430-an, Al-Khasi, yang juga berasal dari Persia, menghitung nilai bilangan π dengan tepat hingga 15 angka di belakang koma. Hasil ini diperolehnya dengan sangat ulet, menggunakan segi-6×2^{27} beraturan!

Taksiran Al-Khasi tak tertandingi hingga akhir abad ke-16, ketika matematikawan Belanda Ludoplh van Ceulen menghitung nilai π dalam

bentuk desimal dengan tepat hingga 34 angka di belakang koma. Pada tahun 1630, Christoph Grienberger, seorang astronom dari Austria, berhasil menghitung nilai π dengan tepat hingga 37 angka di belakang koma. Seperti halnya Archimedes, Zu Chongzhi, dan Al-Khasi, Ceulen dan Grienberger menggunakan segi banyak beraturan untuk memperoleh taksiran tersebut.

Pada abad ke-17, tepatnya pada tahun 1660-an, Isaac Newton, seorang matematikawan dan fisikawan dari Inggris, menghitung nilai π dengan tepat hingga 15 angka (termasuk angka 3 di depan koma), tetapi dengan menggunakan metode yang berbeda. Sebelumnya, Gottfried Wilhelm Leibniz, matematikawan dari Jerman, telah menemukan rumus *deret fungsi*

$$\arctan x = x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 + x^9/9 - x^{11}/11 + \dots .$$

Dengan mensubstitusikan nilai $x = 1$ ke dalam deret di atas dan fakta bahwa $\arctan 1 = \pi/4$, Leibniz memperoleh *deret bilangan*

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 + \dots ,$$

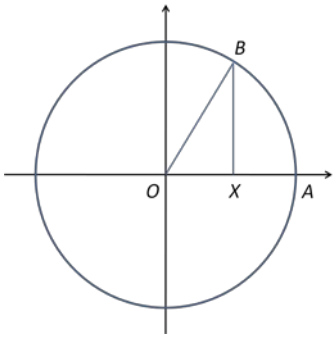
yang juga telah diketahui oleh matematikawan India bernama Madhava pada abad ke-14.

Menggunakan deret di atas, kita dapat menghitung (atau menaksir) nilai π, dengan ketelitian yang diinginkan. Semakin banyak suku deret yang dipakai untuk menaksir nilai π, semakin teliti taksiran yang diperoleh. Sayangnya, untuk $x = 1$, deret di atas *konvergen* dengan 'sangat lambat.' Untuk mendapatkan ketelitian hingga 4 angka di belakang koma, misalnya, kita harus menggunakan 5000 suku.

Newton kemudian menggunakan rumus deret serupa tapi konvergen lebih cepat daripada deret Leibniz, yaitu

$$\frac{\pi}{24} = \frac{\sqrt{3}}{32} + \left(\frac{1}{3\cdot 8} - \frac{1}{5\cdot 32} - \frac{1}{7\cdot 128} - \frac{1}{9\cdot 512} - \dots\right),$$

Rumus ini diperolehnya melalui perhitungan sebuah *integral* yang menyatakan suatu daerah di bawah busur lingkaran (lihat gambar).



Pada gambar di atas, kita mempunyai sebuah lingkaran berjari-jari 1. Titik $X = ½$ adalah titik tengah OA. Luas sektor OAB sama dengan 1/6 kali luas lingkaran, yaitu $\pi/24$. Suku pertama di sebelah kanan tanda "=" pada rumus di atas adalah luas segitiga siku-siku OXB, sedangkan deret dalam tanda kurung adalah luas daerah yang dibatasi oleh ruas garis XA, ruas garis XB, dan busur lingkaran AB.

Mengetahui taksiran nilai π yang telah diperoleh sebelumnya oleh Grienberger, Newton menyadari bahwa hasil yang ia peroleh tidak terlalu bagus. Bahkan Newton menyatakan bahwa ia malu dengan penemuannya itu. Namun, Newton dan Leibniz telah menawarkan suatu cara baru untuk menaksir nilai π dengan menggunakan deret (baca: Kalkulus), tidak lagi menggunakan segi banyak beraturan (baca: Geometri). Sebagaimana diketahui, Newton dan

Leibniz adalah penemu Teori Kalkulus, yang meliputi dua konsep penting, yaitu turunan dan integral. Kedua konsep ini bertumpu pada konsep limit, yang berkaitan dengan bilangan *infinitesimal*, sebagaimana dirintis oleh Archimedes (dan dua pendahulunya, yaitu Antiphon dan Eudoxus).

Pada tahun 1706, seorang matematikawan Inggris yang bernama John Machin berhasil menghitung nilai bilangan π dengan tepat hingga 100 angka (termasuk angka 3 di depan koma). Machin mendapatkan hasil tersebut dengan menggunakan rumus

$$\frac{\pi}{4} = 4 \cdot \arctan\frac{1}{5} - \arctan\frac{1}{239}$$

dan deret Leibniz untuk arctan x, dengan $x = 1/5$ dan $x = 1/239$, yang konvergen lebih cepat daripada deret untuk arctan 1. Perhatikan bahwa dengan menggunakan tiga suku saja, kita peroleh taksiran

$$\pi \approx 16(1/5 - 1/375) - 4/239 \approx 3{,}14.$$

[Bandingkan dengan Archimedes yang menghasilkan taksiran ini dengan susah payah melalui segi-96 beraturan.]

Apakah para matematikawan sudah puas dengan taksiran nilai π yang telah diperoleh oleh Machin? Ternyata tidak. Sejumlah matematikawan masih tertantang untuk menguak nilai bilangan π lebih jauh. Pada tahun 1853, William Shanks menggunakan rumus Machin untuk menaksir nilai π hingga 707 angka. Namun, pada tahun 1945, Daniel F. Ferguson menemukan bahwa hasil Shanks ternyata hanya benar untuk 527 angka. Dengan menggunakan rumus

$$\frac{\pi}{4} = 3 \cdot \arctan\frac{1}{4} + \arctan\frac{1}{20} + \arctan\frac{1}{1985},$$

Ferguson berhasil menghitung nilai π dengan tepat hingga 710 angka pada tahun berikutnya. Taksiran tersebut diperoleh Ferguson secara manual, dengan bantuan sebuah *kalkulator mekanis*.

Memasuki era komputer, perhitungan nilai bilangan π berlanjut semakin seru. Pada tahun 1949, nilai π dapat dihitung dengan tepat hingga 2000 angka. Seiring dengan perkembangan komputer, rekor ini diperbaiki menjadi 10.000 angka pada tahun 1958, dan kemudian menjadi 100.000 angka pada tahun 1961, atas nama John Wrench dan Daniel Shanks, keduanya dari Amerika Serikat.

Pada tahun 1973, Jean Guilloud dan Martine Bouyer, dua matematikawan Perancis, berhasil menghitung nilai π dengan tepat hingga 1 juta angka dengan menggunakan rumus

$$\frac{\pi}{4} = 12 \cdot \arctan\frac{1}{18} + 8 \cdot \arctan\frac{1}{57} - 5 \cdot \arctan\frac{1}{239},$$

dan tentunya dengan bantuan komputer yang lebih baik.

Pada tahun 1987, rekor perhitungan nilai π telah mencapai 16 juta angka, dengan menggunakan rumus yang berbeda dan komputer yang semakin maju. Pada tahun 2002, Yasumasa Kanada dan beberapa koleganya dari Universitas Tokyo, membukukan rekor dengan 1,2411 trilyun angka. Rekor ini bertahan selama tujuh tahun. Pada tahun 2010, Shigeru Kondo (insinyur dari Jepang) dan Alexander Yee (ahli komputer dari Amerika Serikat) berhasil menghitung nilai π hingga 5 trilyun angka, dan tiga tahun kemudian mereka mencetak rekor baru dengan 12,1 trilyun angka. Pada bulan Oktober 2014, rekor perhitungan nilai π telah

mencapai 13,3 trilyun angka. Mungkin takkan lama lagi rekor ini pun akan pecah. ***

$\pi \approx$
3,14159265358979323846264338327950288419
71693993751058209749445923078164062862 08
99862803482534211706708214808651328230 66
47093844609550582231725359408128481117 45
02841027019385211055596446229489549303 81
96442881097566593344612847564823378678 31
65271201909145648566923460348610454326 64
82133936072602491412737245870066063155 88
17488152092096282925409171536436789259 03
60011330530548820466521384146951941511 60
94330572703657595919530921861173819326 11
79310511854807446237996274956735188575 27
24891227938183011949129833673362440656 64
30860213949463952247371907021798609437 02
77053921717629317675238467481846766940 51
32000568127145263560827785771342757789 60
91736371787214684409012249534301465495 85
37105079227968925892354201995611212902 19
60864034418159813629774771309960518707 21
13499999983729780499510597317328160963 18
59502445945534690830264252230825334468 50
35261931188171010003137838752886587533 20
83814206171776691473035982534904287554 68
73115956286388235378759375195778185778 05
32171226806613001927876611195909216420 19
89380952572010654858632788659361533818 27
96823030195203530185296899577362259941 38
91249721775283479131515574857242454150 69
59508295331168617278558890750983817546 37
46493931925506040092770167113900984882 40
12858361603563707660104710181942955596 19
89467678374494482553797747268471040475 34
64620804668425906949129331367702898915 21
04752162056966024058038150193511253382 43
00355876402474964732639141992726042699 22
79678235478163600934172164121992458631 50
30286182974555706749838505494588586926 99
56909272107975093029553211653449872027 55
96023648066549911988183479775356636980 74
26542527862551818417574672890977772793 80

*Artikel ini disadur dari buku H. Gunawan, "*Lingkaran: Menguak Misteri Bilangan π, Bangun Datar dan Bangun Ruang Terkait Lingkaran*", Yogyakarta: Graha Ilmu, 2015.

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 57-63

Penjahit Bego

L. Wilardjo

Adalah Prof. Dr. Satjipto Rahardjo, SH, M.A., (alm.), guru besar dan tokoh Hukum Progresif di Universitas Diponegoro, yang mengatakan bahwa "ilmuwan boleh salah, asalkan tidak bohong, sedangkan politikawan boleh bohong, tetapi tidak boleh salah." Soalnya, kalau seorang politikawan berbuat salah, apalagi kalau kesalahannya merupakan "*blunder*" yang besar, maka kariernya di bidang politik bisa tamat.

Suap, Syahwat, Rahasia, dan Dusta

Itu dialami Wapres Spiro T. Agnew di Amerika. Sejak dia masih menjadi pejabat daerah (di *county* Baltimore, di Negara-bagian Maryland) Agnew sudah *doyan* suap. Kegemarannya makan suap itu berlanjut setelah ia menjadi gubernur di Negara-bagian itu dan bahkan setelah ia terpilih sebagai wapres dalam pilpres 1968. Ketika ulahnya terbongkar, ia sudah menjadi wakilnya Presiden Richard M. Nixon.

Di pengadilan ia tidak mengakui kesalahannya. Ia juga tidak membantah dakwaan yang ditimpakan terhadapnya. Wapres Spiro Agnew menyatakan "*Nolo contendere*", istilah hukum dalam bahasa Latin yang artinya "Saya tidak menyanggah". Tidak usah ahli hukum atau tokoh politik; di Amerika, awam terdidik (*educated lay person*) tahu bahwa pernyataan "*Nolo contendere*" Agnew itu setali tiga uang dengan pengakuan bahwa ia bersalah seperti dakwaan yang dikenakan padanya. Karena ia "jujur" mengaku bersalah, ia tidak dijatuhi hukuman penjara. Tetapi namanya hancur dan kehidupan politik-nya tamatlah sudah. Gerald Ford mengganti-kannya sebagai wapresnya Nixon.

Nasib yang sama dialami sebelumnya oleh Eugene McCarthy. Ia adalah politikawan yang popularitasnya meroket menjelang pilpres 1968 di Amerika. Sebagai aspiran "Pothus" (**P**residen **o**f **th**e **U**nited **S**tates), ia menjadi idolanya kaum muda, terutama para mahasiswa di kampus-kampus. Tetapi bagaikan disambar geledek di siang bolong, terbongkarlah skandal hedonisme gila-gilaannya. Maka tamatlah ambisi politiknya.

Sesudah Wapresnya jatuh karena memeras dan makan suap, menyusul gilirannya sang Presiden sendiri. Presiden Richard M. Nixon jatuh tersandung skandal politik Watergate. Kecurangannya terhadap kubu partai Demokrat itu dilakukan Nixon bersama dengan kroni-kroninya secara terstruktur, sitematis, dan massif. Meskipun Nixon berteriak "Saya bukan penjahat" (*I am not a crook*), ia tak bisa berkutik, sebab bukti dan saksi kesalahannya *seabrek*. Ia diselamatkan dari sel bui berkat grasi yang diberikan oleh mantan Wapresnya yang menggantikannya, Gerald Ford.

Pernyataan Prof. Tjip hanya benar separuhnya. Penggal keduanya tidak sepenuhnya benar, atau hanya benar di Indonesia, sebab kita, orang Indonesia, ini pemaaf dan pelupa. Di Amerika, bagi pejabat tinggi yang melakukan kebohongan publik tidak ada ampun. Tetapi rakyat Amerika menenggang kelemahan pemimpinnya dalam perilaku asusila. Itu mereka anggap sebagai urusan pribadi tokoh yang bersangkutan. Karena itu Presiden Bill Clinton dimaafkan setelah akhirnya ia mengakui perselingkuhannya dengan Monica Lewinsky. Rakyat Amerika menghormati sikap Hillary yang sudah lebih dulu memaafkan suaminya itu dan tetap setia mendampinginya di dalam kemelut skandal seks yang menerpa Bill Clinton.

Salah dan Telingkah

Bahwa "ilmuwan boleh salah, asalkan tidak bohong" seperti dikatakan Prof. Tjip, adalah benar. Melakukan kesalahan itu manusiawi. *To err is human*. Dan Ilmuwan juga manusia biasa yang tak luput dari kesalahan. Friedrich Ludwig Gottlob Frege adalah logikawan Jerman yang bersama dengan Agustinus de Morgan, George Boole, dan Giuseppe Peano merupakan empat serangkai jagoan logika Eropa di pertengahan abadi ke 19. Ia memakai konsep untuk membangun Aritmetika. Ini strategi yang jenius, sebab — kata kosmologiwan Mario Livio — "konsep ialah roti dan menteganya pemikiran". Tetapi ia melakukan kesalahan yang fatal dalam salah satu aksiomanya yang disebut "Hukum Dasar V". Hukum ini berujung pada kontradiksi!

Melalui sepucuk surat, Logikawan Inggris, Bertrand Russel memberi tahu Gottlob Frege tentang kesalahannya itu. Tetapi surat itu terlambat sampai ke tangan Frege, sebab jilid II buku karya Frege, ***Hukum-Hukum Dasar Aritmetika***, sudah naik cetak di penerbitnya.

Gottlob Frege terperangah. Buru-buru ia menyusulkan tambahan pada naskahnya. Dengan jujur, secara terus terang ia mengakui kesalahannya. Katanya: "Nyaris tak ada hal yang lebih tidak diinginkan oleh seorang ilmuwan selain landasannya ambrol pas pada saat karyanya rampung." "Saya mendapati diri saya dalam situasi seperti itu berkat surat dari Tuan Russell, ketika karya saya hampir selesai dicetak." Kepada Bertrand Russel, ia berkata dengan nada berterima kasih: "Penemuan Anda membuat saya terkejut bukan kepalang dan — hampir saya katakan — terpaku kelu, sebab penemuan (kesalahan saya) itu telah menggguncangkan landasan yang saya maksudkan untuk membangun Aritmetika."

Tegak di Pundak

Pertelingkahan ilmiah antara dua ilmuwan besar kita lihat dalam sawala (perdebatan) antara Niels Bohr dan Albert Einstein. Bohr menolak adanya kepastian dalam sains, dan kukuh berpegang pada probabilisme. Sedang Einstein meyakini determinisme.

Pertelingkahan ilmiah juga terjadi antara Isaac Newton dan Robet Hooke. "Permusuhan" itu bahkan merembet ke ranah pribadi. Hooke beberapa kali menuduh Newton telah mencuri gagasannya tentang teori cahaya dan kemudian juga tentang gravitasi. Pada tanggal 30 Januari 1676 Hooke bernada lebih ramah. Dalam surat pribadinya kepada Newton, ia mengatakan: "Gagasan Anda dan gagasan saya (tentang teori cahaya) saya kira tujuannya sama, yakni menemukan kebenaran, dan saya kira kita berdua sama-sama bisa bertahan mendengar keberatan."

Newton memutuskan untuk memperlihatkan sikap manis yang serupa. Dalam jawabannya, tertanggal 5 Februari 1676, ia mengatakan: "Apa yang sudah dilakukan Descartes merupakan langkah yang baik" (Newton mengacu ke gagasan René Descartes tentang cahaya). "Anda telah menambahkan banyak hal di sana-sini, terutama dengan mempertimbangkan warna-warni lempeng-lempeng tipis secara filosofis. Kalau saya telah melihat lebih jauh, itu karena saya berdiri di atas pundak kalian para raksasa."

Kalimat Newton yang seringkali dikutip orang ini, "*If I have seen further it is by standing on the shoulders of Giants*", ditafsirkan banyak orang sebagai ungkapan kemurahan dan kerendahan hati yang diharapkan dari ilmuwan mengenai temuan-temuannya yang terbesar. David Halliday dan Robert Resnick, dalam buku teksnya yg laris manis di tahun 1960–1980-an, ***Physics for Students of Science and Engineering***[1], pun mengatakan begitu. Menurut Halliday dan Resnick, yang termasuk dalam raksasa-raksasa yang dimaksudkan Newton pastilah Galileo Galilei dan Johannes Kepler.

Padahal, sangat boleh jadi ucapan Newton itu dimaksudkan untuk menghina Hooke. Alih-alih bagaikan raksasa, Hooke itu orangnya pendek dan menderita sakit boyok sehingga punggungnya bongkok. Pernyataan Newton itu semata-mata berarti bahwa ia sama sekali tidak berhutang budi apa pun dari Hooke.

Zarah versus Gelombang

Teori Newton tentang cahaya itu, yang ditulisnya dalam bukunya, ***Principia Mathematica Philosophiae Naturalis***, bertentangan dengan teorinya fisikawan Belanda Christiaan Huygens. Teori Newton disebut teori butir atau teori korpuskular, sedang teori Huygens disebut teori undulasi atau teori gelombang. Karena nama besar Newton, maka teori undulasi dari Huygens "tenggelam". Kalah pamor.

Tetapi ternyata teori Newton itu bermuara pada simpulan yang salah tentang pembiasan cahaya. Sebaliknya, teori Huygens, terlebih-lebih lagi setelah dikembangkan dengan eksperimen-eksperimen oleh Fresnel (Perancis) dan Young (Inggris), sesuai dengan kenyataan eksperimental. Bahkan dua setengah abad kemudian, ketika didapatkan oleh Max Planck (dan juga oleh Albert Einstein) bahwa cahaya tercatu (*quantized*) dalam zarah-zarah yang dinamai foton, teori Newton tentang cahaya tetap masih salah. Foton itu semacam catu atau "bingkisan" energi, dan sebagai zarah (partikel), foton itu nirmassa. Sebaliknya, teori undulasi, setelah seolah-olah tersingkir oleh kuantisasi Planck-Einstein, muncul kembali dalam Mekanika Kuantum yang juga disebut Mekanika **Gelombang**, yang pengembangannya dirintis antara lain oleh Erwin Schroedinger. Dalam artikel saya yang berjudul "Protes Kuda Nil" (*Bersains*, Volume 1 Tahun 2016, 1-8) diceritakan bagaimana seorang pangeran menyudahi perseteruan antara zarah dan gelombang.

Disesatkan Naluri

Yah, ilmuwan memang boleh — dan bahkan sering — salah. Fisikawan Newton pernah salah. Logikawan Frege juga pernah salah. Bahkan Einstein "Sang Ilmuwan Abad ke-20" pun tidak sedikit kesalahannya. Salah satunya diceritakan berikut ini. Cerita inilah yang

[1] John Wiley & Sons, New York, 1963, p. 321

mengilhami saya untuk memberi artikel ini judul "Penjahit Bego".

Albert Einstein bukan tokoh politik, meskipun ia peduli terhadap situasi politik dan secara cukup konsisten menampilkan dirinya sebagai pasifis yang sangat anti-militerisme. Bahkan sewaktu ia masih duduk di bangku sekolah di Jerman pun, ia sudah begitu benci kepada disiplin militer di negara itu dan di sekolahnya, sehingga ia *minggat* ke Italia, menyusul ayah, ibu, dan *oom*-nya yang tinggal di sana dan membuka usaha bengkel alat-alat elektrik.

Sebagai ilmuwan, Einstein tidak luput dari kesalahan di dalam menggarap penelitian ilmiahnya. Kesalahan-kesalahan ilmuwan besar ini dipaparkan oleh Hans Ohanian, yang berkuliah Relativitas dari John Wheeler, di Universitas Princeton. Shohib saya, Willi Toisuta[*)], pernah memberi saya coretan tulis-tangan di sampul sebuah buku; pesannya: "... *It would be fun to reinvent the real truth through our mistakes.*" ["... Akan menyenangkan untuk menemukan kembali kebenaran sejati melalui (baca: dengan menginsyafi) kesalahan-kesalahan kita."]

Salah satu di antara kesalahan-kesalahan Einstein itu terlihat oleh Max Planck. Waktu itu Einstein akan menerbitkan makalahnya yang berjudul "*Zur Elektro-dynamik bewegter Koerper*" di *Annalen der Physik* (1905). Makalah "Tentang Elektro-dinamika(nya) Benda yang Bergerak" itu berisi Teori Relativitas Khusus**,** yang melambungkan nama Einstein. Max Planck lebih senior daripada Einstein, sebab pada tahun 1901 ia telah menjadi terkenal dengan penemuannya bahwa gelombang elektromagnetik, termasuk cahaya, tercatu (*quantized*), berupa zarah-zarah nirmassa (*massless particles*) yang disebut foton, dengan energi yang sebanding dengan frekuensinya. Tetapan kesebandingannya disebut tetapan Planck, lambangnya *h*, dan nilainya 6,6252 × 10^{-34} Joule-sekon.

Sebagai fisikawan senior, Planck memperoleh makalah Einstein itu, yang antara lain memberikan ketergantungan massa nisbian (*relativistic mass*) pada kecepatannya. Einstein tahu bahwa ketergantungan massa pada kecepatan itu diharapkan akan berbeda untuk gerak bujur (longitudinal) dan gerak lintang (transversal), sebab ia, dengan caranya sendiri, sudah mendapatkan alihragam (transformasi) Lorentz, yang sudah ditemukan sebelumnya oleh fisikawan Belanda, Hendrik A. Lorentz. Dalam persamaan alihragam dari satu kerangka acuan lembam ke kerangka acuan lembam lainnya, koordinat pada arah gerak nisbi antara kedua kerangka acuan itu, dan koordinat yang menyatakan waktu, mengalami perubahan, sedang koordinat-koordinat pada arah yang tegak lurus terhadap kecepatan nisbi antara kerangka-kerangka acuan itu tidak berubah. Tetapi bagaimana persisnya perbedaan itu, Einstein belum tahu. Justru perbedaan ketergantungan massa nisbian terhadap kecepatan pada arah gerak bujur dan pada arah gerak lintang itulah yang sedang ia cari.

Gaya dan percepatan bujur itu ada pada sepeda motornya Mark Marquez ketika ia *ngebut* di bagian lintasan yang lurus dan panjang untuk *menyalib* Jorge Lorenzo dalam balapan sepeda motor Hadiah Besar (*motor-bike Grand Prix racing*), sedang gaya lintang bekerja pada sepeda motor Marquez itu bila ia melintas di bagian lintasan yang berbelok melingkar. Itulah yang disebut gaya normal atau gaya sentripetal.

[*)] Ph.D., Macquarie; Dr. (H.C.), *Kwansei Gakuin*; *Adjunct Professor*, Sunshine Coast

Kesalahan Einstein ialah, ia membandingkan gaya di satu kerangka acuan dengan percepatan di kerangka acuan *lain*. Kedua kerangka acuan yang berlainan itu ialah kerangka acuan laboratorium yang rihat (*at rest*) dan kerangka acuan benda yang bergerak.

Anehnya kesalahan Einstein itu bukan hanya kebetulan, tetapi sepertinya disengaja. Kalau gaya dan percepatan itu diperoleh dengan *pengukuran* dalam suatu *eksperimen*, ya sah-sah saja, sebab sesuai dengan fakta. Tetapi Einstein sedang melakukan *perhitungan* teoretis. Terasa ada yang misterius, mengapa Einstein tidak tunduk kepada kenyataan, dan memakai kehendak bebasnya sendiri. Ia menuruti nalurinya.

Alhasil, massa nisbian pada gerak bujur lebih kecil, dan pada gerak lintang lebih besar, daripada yang sebenarnya. Ibarat seorang tukang jahit pakaian, Einstein tidak piawai seperti tukang jahit langganannya Presiden Joko Widodo di Solo atau *tailor* langganannya Presiden Susilo Bambang Yudhoyono di Pecenongan, Jakarta. Celana panjang yang dibikinkan "Si Penjahit" (Einstein) untuk "pemesannya" (komunitas ilmuwan) *kedodoran* (terlalu longgar) di bagian pinggang dan *joglang* (terlalu pendek) di bagian kakinya. Begitulah olok-olokan Hans C. Ohanian, penulis buku ***Einstein's Mistakes*** (W.W. Norton, New York, 2008). Dasar penjahit *bego*! "*Blunder*" Einstein langsung ketahuan oleh Max Planck, sebab Planck telah melihat karya ilmiah H.A. Lorentz dari karya penemu elektron, J.J. Thomson, tentang massa relativistik itu. Einstein tidak tahu tentang artikel Lorentz tersebut, sebab artikel itu diterbitkan oleh Lembaga Pengetahuan Ilmiah Kerajaan Belanda di Amsterdam.

Seharusnya Max Planck memberi tahu Einstein tentang kesalahannya itu dan merujuk Einstein ke hasil yang diperoleh H.A. Lorentz. Alih-alih melakukan apa yang secara etis terpuji itu, Planck malah membuat artikel sendiri, dengan perhitungan yang betul. Memang, *sih*, berdasarkan hak di dunia publikasi, Planck-lah yang dakui secara sah sebagai penemu relasi yang benar antara massa nisbian dan kecepatannya. Tetapi ... *kok* begitu ulahnya, ya? Max Planck memang fisikawan hebat dan pemenang hadiah Nobel, tetapi ia manusia biasa, yang dipengaruhi oleh ambisinya. Kita maklum, seperti kita juga maklum, bahwa *kebegoan* "Si Penjahit" pun wajar. *To err is human*. Berbuat kesalahan itu memang sifat manusia.

Maka Terbitlah Terang

Inilah, di bawah

adalah kisah

nyata, bukan fitnah,

masih tentang salah

di ranah ilmiah ...

Ketika Newton menelaah hakikat cahaya, banyak yang menentang gagasannya. Yang paling keras mengecamnya ialah Robert Hooke. Meskipun Hooke tidak dipandang dengan sebelah mata pun oleh Newton, *tokh* Newton menjadi ragu.

Tentangan yang dihadapi Newton itu tidak seberapa, kalau dibandingkan dengan yang menyudutkan Galileo dalam kontroversi Heliosentrisme Nicholas Copernicus *versus* Geosentrisme Claudius Ptolomeus, sebab yang dihadapinya ialah Paus Urban VIII, kepala Gereja Katolik Roma yang memegang kekuasaan besar di zaman Pertengahan itu.

Seandainya kritik atas karya Newton tentang cahaya itu segencar yang menghantam Galileo, boleh jadi Newton tidak akan menerbitkan karya besarnya *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Demikian kata Bertrand Russell, hampir dua abad kemudian. *Principia* akhirnya diterbitkan oleh Newton, tetapi setelah Hooke meninggal. Itu pun karena bujukan Edmond Halley, sahabatnya.

Ketika Newton meninggal, sastrawan Alexander Pope berusia 39 tahun. Ia menciptakan syair untuk menghormati fisikawan besar itu.

Alam dan hukum-hukumnya

tersembunyi di malam gulita

"Jadilah Newton!; Tuhan bersabda

Dan semua pun mandi cahaya.

[*Nature and nature's laws*

lay hid in night

God said: "Let Newton be!"

And all was light]

Pope mengatribusikan penjelasan hakikat cahaya kepada Newton. Tetapi ternyata penyair ini salah. Yang lebih pantas memperoleh kehormatan itu ialah fisikawan Skotlandia, James Clerc Maxwell (1831 – 1879).

Pada mulanya

alam semesta

hitam pekat gelap gulita

Lalu Maxwell berkata :

1. **div.** $\boldsymbol{D} = \rho$
2. **rot** $\boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{B}}$
3. **div.** $\boldsymbol{B} = 0$
4. **rot** $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \dot{\boldsymbol{D}}$

Itulah catursila

Maka seketika

rang-benderang terbit cahaya

Ke empat persamaan Maxwell itu konsisten dengan satu sama lain. Dengan dua hubungan konstitutif, masing-masing antara vektor pergeseran elektrik **D** dan intensitas medan elektrik **E**, dan antara medan imbas magnetik **B** dan intensitas medan magnetik **H**, dapat diturunkan persamaan kemalaran yang mengungkapkan asas kekekalan muatan. Dari ke empat persamaan Maxwell dan kedua relasi konstitutif itu juga dapat diderivasikan persamaan diferensial gelombang elektromagnetik, yang di ruang bebas ialah

$$Lap\ \boldsymbol{u} - (\ddot{\boldsymbol{u}}/c^2) = 0$$

dengan $\boldsymbol{u}$ yang mewakili $\boldsymbol{E}$ atau $\boldsymbol{H}$. Penyelesaian PD-GEM ini adalah gelombang elektromagnetik (GEM), termasuk cahaya sebagai bagian dari spektrumnya. Maxwell juga mendapatkan rumus untuk kecepatan cahaya,

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

yang nilainya sesuai dengan hasil pengukuran yang dilakukan oleh Foucault, Fizeau, dan juga oleh Roemer.

Maxwell (1831–1879) meninggal ketika Einstein (1879–1955) lahir di Ulm, Jerman, dan Einstein baru menerbitkan atikelnya tentang Teori Relativitas Khusus pada tahun 1905. Tetapi — ajaib! — Elektrodinamika Maxwell **sudah** nisbian (relativistik)! Merenungkan betapa hebatnya sintesis Maxwell atas hukum-hukum empiris Coulomb, Faraday, Biot-Savart, dan Ampere itu, The Houw Liong, guru besar Fisika ITB, sampai merinding.

Memadukan hukum-hukum empiris dan membuatnya konsisten dengan satu sama lain,

dengan menambahkan suku $\dot{\boldsymbol{D}}$ pada persamaannya yang ke empat menunjukkan kejeniusan Maxwell. Apalagi kemudian ternyata bahwa ia telah "mendahului" Einstein dengan teori Elektrodinamika-nya yang relativistik itu. Ketika ditanya, apakah pembangunan teori Relativitas-nya diilhami karya ilmiahnya Galileo, Einstein mengatakan: "Tidak." Tetapi ia mengaku berhutang budi kepada Maxwell. Judul artikelnya di *Annalen der Physik* (1905) pun memakai kata "elektrodinamika", yakni "Tentang elektrodinamika-nya benda-benda yang bergerak."

Karena itu, kalau magnet berkutub tunggal benar-benar ditemukan di Situs Gunung Padang, dan ini berarti bahwa persamaan Maxwell yang ketiga rontok, penemunya pantas diberi hadiah Nobel dalam Fisika (lihat artikel "Nobel Fisika Berkat Sigupa"). ***

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 65-72

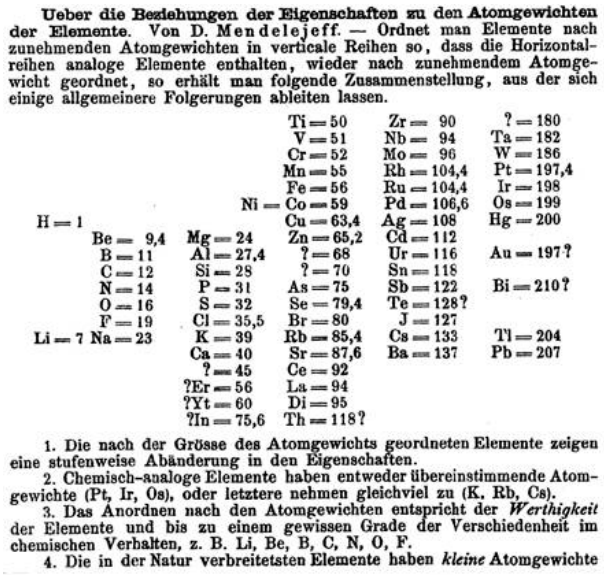
Unsur "Tanah Jarang" Nan Berlimpah

Andy Yahya Al Hakim

Sejak tahun 1800-an, sudah banyak ahli kimia yang mencoba untuk merumuskan tabel periodik kimia, namun tabel ini baru diakui pada tahun 1869, saat dipublikasikan oleh ahli kimia dari Rusia, Dmitri Mendeleev. Mendeleev mempresentasikan tabel itu di *Russian Physicochemical Society,* yang kemudian dipublikasikan di *Zeitschrift für Chemie* (Gambar 1).

Pada tahun itu, sebanyak 60 unsur dari total 118 unsur disusun berdasarkan kenaikan massa atom dan Mendeleev membiarkan beberapa unsur yang belum diketahui dibiarkan kosong. Tabel periodik awalnya disusun dengan arah horizontal untuk menunjukkan grup, sedangkan golongan dalam arah vertikal. Hal ini berbeda dengan tabel periodik yang kita jumpai sekarang.

Apa yang menarik dari tabel periodik Mendeleev tersebut? Mendeleev berhasil memprediksi beberapa unsur *tanah jarang* (REE) dan unsur grup platinum (PGE). Jika pada tahun tersebut sudah ada beberapa unsur yang ditemukan dan diprediksi oleh Mendeleev, namun mengapa masih disebut unsur tanah jarang?



Ueber die Beziehungen der Eigenschaften zu den Atomgewichten der Elemente. Von D. Mendelejeff. — Ordnet man Elemente nach zunehmenden Atomgewichten in verticale Reihen so, dass die Horizontalreihen analoge Elemente enthalten, wieder nach zunehmendem Atomgewicht geordnet, so erhält man folgende Zusammenstellung, aus der sich einige allgemeinere Folgerungen ableiten lassen.

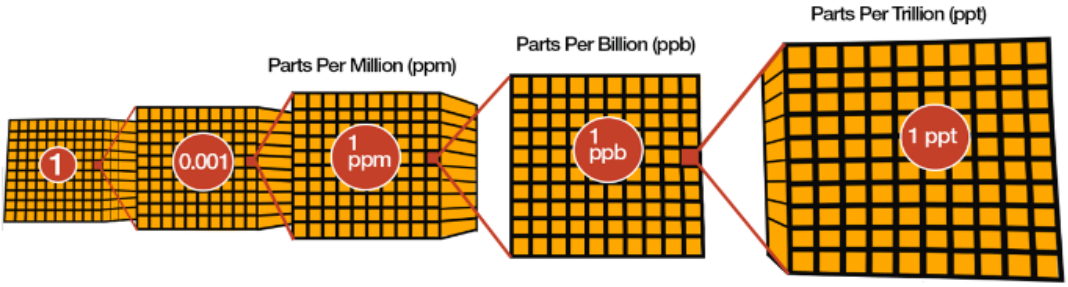
			Ti = 50	Zr = 90	? = 180
			V = 51	Nb = 94	Ta = 182
			Cr = 52	Mo = 96	W = 186
			Mn = 55	Rh = 104,4	Pt = 197,4
			Fe = 56	Ru = 104,4	Ir = 198
			Ni = Co = 59	Pd = 106,6	Os = 199
H = 1			Cu = 63,4	Ag = 108	Hg = 200
	Be = 9,4	Mg = 24	Zn = 65,2	Cd = 112	
	B = 11	Al = 27,4	? = 68	Ur = 116	Au = 197?
	C = 12	Si = 28	? = 70	Sn = 118	
	N = 14	P = 31	As = 75	Sb = 122	Bi = 210?
	O = 16	S = 32	Se = 79,4	Te = 128?	
	F = 19	Cl = 35,5	Br = 80	J = 127	
Li = 7	Na = 23	K = 39	Rb = 85,4	Cs = 133	Tl = 204
		Ca = 40	Sr = 87,6	Ba = 137	Pb = 207
		? = 45	Ce = 92		
		?Er = 56	La = 94		
		?Yt = 60	Di = 95		
		?In = 75,6	Th = 118?		

1. Die nach der Grösse des Atomgewichts geordneten Elemente zeigen eine stufenweise Abänderung in den Eigenschaften.
2. Chemisch-analoge Elemente haben entweder übereinstimmende Atomgewichte (Pt, Ir, Os), oder letztere nehmen gleichviel zu (K, Rb, Cs).
3. Das Anordnen nach den Atomgewichten entspricht der *Werthigkeit* der Elemente und bis zu einem gewissen Grade der Verschiedenheit im chemischen Verhalten, z. B. Li, Be, B, C, N, O, F.
4. Die in der Natur verbreitetsten Elemente haben *kleine* Atomgewichte

Gambar 1. Susunan tabel periodik Mendeleev tahun 1869

Unsur Tanah Jarang (*Rare Earth Element - REE*)

Rare Earth Element, yang diterjemahkan menjadi unsur "tanah jarang" adalah 17 unsur yang menyusun sistem periodik. Unsur ini tersusun atas Scandium (Sc)-Yttrium (Y) dan 15 unsur lain dari grup lantanida, secara berturut-turut: Lanthanum (La)-Cerium (Ce)-Praseodymium (Pr)-Neodymium (Nd)-Promethium (Pm)-Samarium (Sm)-Europium (Eu)-Gado-



Gambar 2. Ilustrasi volume satu-per-seribu, *ppm, ppb, ppt*

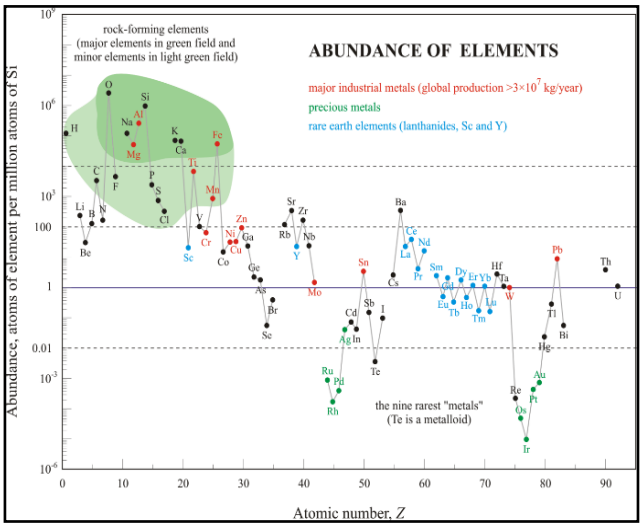
linium (Gd)-Terbium (Tb)-Dysprosium (Dy)-Holmium (Ho)-Erbium (Er)-Thulium (Tm)-Ytterbium (Yb)-Lutetium (Lu).

Pada tahun 1869, Mendeleev sudah berhasil menghitung masa atom dari unsur La-Ce, yang sebelumnya sudah diklasifikasikan sebagai logam tanah jarang. Terminologi unsur ini mengacu pada keterdapatan dari unsur tanah jarang yang sangat sedikit pada akhir tahun 1700-an, dan terbukti memang jumlah dari logam tanah jarang ini kebanyakan ditemukan dalam deposit tunggal. Hal ini membuat terminologi unsur tanah jarang tetap digunakan hingga saat ini.

Sangat Jarang di Kerak Bumi?

Unsur yang terkandung dalam mineral atau batuan harus mengalami proses konsentrasi untuk mencapai kadar yang ekonomis untuk ditambang. Perbandingan antara kandungan unsur dibandingkan keterdapatannya di kerak bumi disebut sebagai *konsentrasi Clarke*. Jika konsentrasi suatu unsur masih lebih rendah dibandingkan konsentrasinya di alam, maka unsur itu belum bernilai ekonomis. Sebagai contoh, konsentrasi Clarke dari emas (Au) di kerak bumi sebesar 0,004 ppm. Untuk mencapai nilai ekonomis, emas harus mengalami konsentrasi sebesar 1.000 kali lipat atau sebesar 4 ppm sehingga emas bernilai ekonomis. Part-per-million atau ppm adalah istilah yang digunakan untuk menyatakan kadar dari suatu unsur dalam satu per-sejuta, dalam ilmu kebumian biasanya dinyatakan sebagai gram per ton.

Sebagai gambaran, konsentrasi elemen tanah jarang di kerak bumi rata-rata berkisar 150 hingga 220 ppm, dibandingkan keter-dapatan unsur seng (Zn) sebesar 70 ppm, tembaga (Cu) sebesar 50 ppm dan emas berkisar 10 ppm. Keterdapatan unsur elemen tanah jarang (Sc, Y, La, Ce, Pr, Nd, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Lu) di kerak bumi masih lebih banyak dibandingkan unsur perak (Ag) dan emas (Au), raksa (Hg), bahkan beberapa unsur elemen tanah jarang keterdapatannya masih lebih banyak dibandingkan uranium (U) (Gambar 3).



Gambar 3. Keterdapatan beberapa unsur di kerak bumi (E. Generalic, http://www.periodni.com/rare_earth_Elements.html)

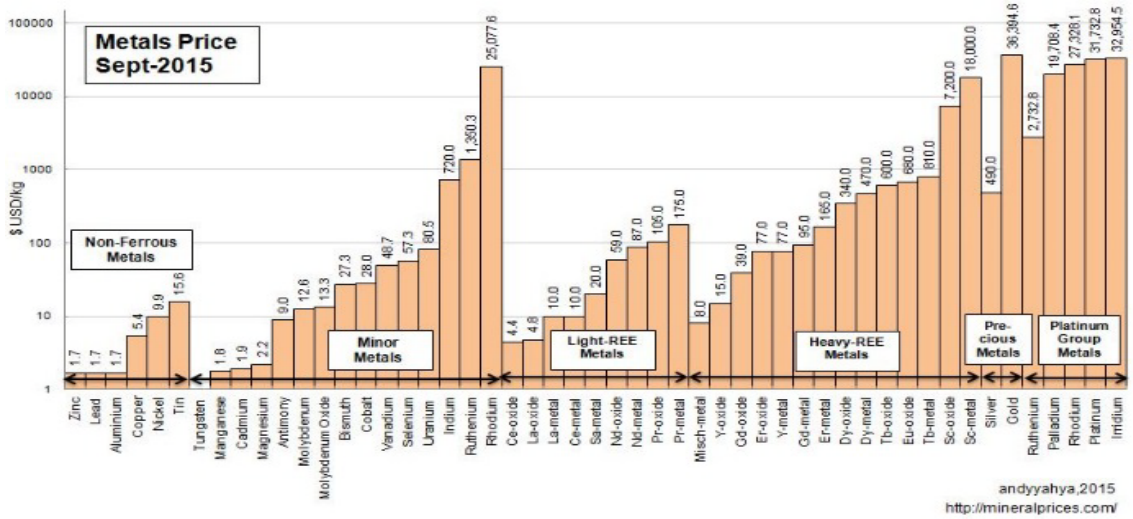
Dimana mendapatkan elemen tanah jarang?

Apple, perusahaan dari Steve Jobs, tahun 2014 lalu sempat dibuat "geger" karena adanya tuduhan tentang tingginya jam kerja di perusahaan perakitan elektronik itu, serta adanya isu tentang eksploitasi anak di bawah umur di tambang timah di pulau Bangka Belitung. Apple sempat dianggap sebagai salah satu perusahaan yang menampung banyak timah "illegal" dari koperasi maupun perusahaan pengepul timah, walaupun menurut dari hasil audit hal tersebut tidak terbukti. Apple pun membuat satu laman berjudul "*supplier-responsibility*", untuk menjelaskan bahwa selama proses pembuatan produk berlogo apel yang digigit ini sudah berwawasan lingkungan. Mirisnya, Indonesia yang jelas-jelas menambang timah tersebut tidak dicantumkan sebagai eksportir, malah negara kecil di selat Malaka yang tertulis sebagai salah satu penyuplai untuk Apple (http://www.apple.com/supplier-responsibility).

Timah terakumulasi di sepanjang meander (lekukan sungai), di dasar sungai dan laut, terbentuk akibat lapukan dari batuan granit yang disebut sebagai endapan greisen. Logam timah di tambang di sekitar Selat Malaka ditambang dengan dua metode, tambang terbuka (*open pit*) di daratan dan tambang lepas pantai dengan menggunakan kapal keruk dan kapal sedot. Di daratan, singkapan timah disemprot dengan pompa air yang bertekanan tinggi (dalam istilah tambang mesin semprot disebut *monitor*), untuk memberaikan timah untuk kemudian disaring dan dialirkan untuk dicuci, untuk dimurnikan di smelter.

Beberapa lokasi penghasil timah antara lain pulau Bangka dan Belitung, Singkep, Bengara (Kalbar) merupakan sabuk timah yang membentang di sepanjang Selat Malaka hingga Malaysia, dan Thailand. Timah diekstrak dari mineral kasiterit (SnO_2), dengan mineral asosiasi ilmenite ($FeTiO_3$), zirkon ($ZrSiO_4$), monazit (Ce, La, Nd, Th)(PO_4, SiO_4), xenotim (YPO_4), markasit (FeS_2), hematit (Fe_2O_3), rutil (TiO_2), allanit $(Ce, Ca, Y, La)_2(Al,Fe^{+3})_3(SiO_4)_3(OH)$, pirit ($FeS_2$) dan turmalin $(Na, Ca)(Mg, Li, Al, Fe^{2+})_3Al_6(BO_3)_3Si_6O_{18}(OH)_4$. Beberapa mineral tersebut (monazit, xenotim dan allanit) mengandung elemen tanah jarang seperti Ce-La-Nd-Th-Y yang harganya sangat jauh dibandingkan dengan timah (Sn) sebagai logam utama yang didapat dari tambang timah (Gambar 4).

Lagi-lagi, Indonesia hanya bisa meng-



Gambar 4. Perbandingan harga logam per-September 2015 (http://mineralprices.com/)

ekstrak logam timah (Sn) dari smelter yang ada di Indonesia. Dengan kondisi ekonomi global saat ini, banyak smelter yang berhenti beroperasi karena harga logam, terutama timah, nikel, emas dan tembaga jauh lebih rendah daripada tahun-tahun sebelumnya. Perusahaan lebih memilih melakukan perampingan jumlah pekerja dan tidak melakukan penambangan dalam skala besar.

Selain dari aktivitas penambangan timah, mineral seperti ilmenit, rutil dan zirkon juga menjadi mineral ikutan di aktivitas penambangan pasir besi di pantai. Pantai Barat Sumatera dan Pantai Selatan Jawa pun mengandung unsur tanah jarang, walaupun dengan jumlah yang kurang signifikan dibandingkan endapan greisens di Bangka Belitung.

Unsur Grup Platinum (*Platinum Group Element*)

Mungkin masih banyak yang belum banyak paham tentang unsur yang berada di golongan ini. *Platinum-Group Element* sering disingkat menjadi PGE (beberapa referensi menulis *Platinum-Group Metals*-PGM) adalah unsur yang keterdapatannya di alam lebih sedikit dibandingkan elemen lain yang ada di alam. Elemen grup platinum dan logam mulia (*precious metal*) menjadi unsur yang memiliki nilai ekonomis yang sangat tinggi. Enam unsur lain yang termasuk dalam unsur grup platinum adalah Ruthenium (Ru), Rhodium (Rh), Paladium (Pd), Osmium (Os), Iridium (Ir) dan Platinum (Pt).

Sama seperti elemen tanah jarang (REE), unsur ini digunakan sebagai katalis pada industri otomotif, kimia dan penyulingan di industri perminyakan (*petroleum refining industries*). Sejauh ini, Afrika Selatan tercatat menjadi negara penghasil PGM terbesar di dunia dengan kontribusi 80% produksi platinum dan 44% produksi palladium. PGM didapat dari sebuah kompleks tambang yang bernama *Bushveld Complex,* 9 dari 10 tambang ditambang dengan metode tambang bawah tanah.

Mineral Radioaktif, REE dan PGM?

Bicara tentang radioaktif, banyak orang langsung menganalogikan dengan uranium, dengan bom atom yang dijatuhkan di Jepang, atau dengan pembangkit listrik tenaga nuklir. Pembangkit listrik tenaga nuklir belum pernah kehabisan berita untuk dibahas, mengingat dampaknya yang sangat masif karena merupakan solusi energi di masa mendatang, namun juga kegagalan pembangkit jenis ini membuat banyak orang masih "ngeri-ngeri sedap" kalau pembangkit ini dibangun di Indonesia. Tercatat, kebocoran pembangkit pernah terjadi di Chernobyl di Ukraina tahun 1986 dan di Fukushima tahun 2011 akibat gempa dengan magnitudo 9 yang memicu adanya tsunami, serta beberapa kebocoran lain pernah terjadi di Inggris (Sellafield-1957), Rusia (Kysthym-1957), Amerika Serikat (Idaho-1961, Three Mile Island-1979), Perancis (Saint Laurent-1969) dan Argentina (Buenos Aires-1983), Brazil (Goinia-1987), Jepang (1999). Tahun 2015 ini, pembangkit listrik tenaga nuklir di Iran masih terus dibahas mengingat kekhawatiran memanasnya suasana di negara Teluk.

Pembangkit listrik ini diekstrak dengan menggunakan reaksi fisi dari mineral yang bernama uraninit/*pitchblende* (UO_2). Uranium adalah merupakan elemen paling berat yang ditemukan secara alami di kerak bumi. Radioaktivitas pada mineral disebabkan adanya inklusi

dari elemen yang mengandung elemen radioaktif seperti Kalium (K), uranium (U) dan Thorium (Th). Beberapa elemen tanah jarang seperti samarium, neodymium, gadolinium serta unsur grup golongan platinum seperti platinum, osmium, mengandung tingkat radioaktivitas secara natural di alam. Mineral radioaktif ini akan memancarkan radiasi sinar alfa, beta atau gamma akibat komposisi dari isotopnya yang tidak stabil.

Dari tiga jenis peluruhan radiasi dari elemen radioaktif, radiasi sinar gamma membawa dampak yang perlu diwaspadai, terutama kepada makhluk hidup. Jika radiasi sinar alfa dapat di blok dengan kertas atau kulit, sinar beta dapat di blok dengan foil, sinar gamma ini hanya bisa dinetralisasi dengan mengisolasi dengan elemen yang mempunyai nomor atom yang tinggi dengan densitas yang lebih besar, sebagai contoh timbal (lead-Pb). Peluruhan *Electron Capture* (EC) sangat jarang dijumpai dan terjadi akibat adanya pengikatan nukleus yang kaya akan proton mengikat satu atom netral dari orbital lain.

Jika membahas tentang mineral yang bersifat radioaktif, uraninit bukan merupakan satu-satunya mineral yang mempunyai sifat radioaktif. Beberapa mineral lain seperti monazit, zirkon, apatit dan xenotim juga mengandung tingkat radiasi yang berbeda-beda. Radioaktivitas uranium diukur dengan menggunakan alat bernama *geiger counter* atau *scintillometer*. Alat ini mengukur intensitas radiasi dengan mengukur fluktuasi dari indeks refraksi dari udara akibat adanya variasi temperatur, kelembapan dan tekanan. Pada bagian dalam scintillometer, terdapat beberapa sensor (*transmitter*) yang mengidentifikasi gelombang optik atau radio, yang berundulasi (*scintillation*).

PGM di Indonesia?

USGS dan Direktorat Sumberdaya Mineral Indonesia pada tahun 1990 telah melakukan eksplorasi dengan mengumpulkan sampel konsentrat dulang dari beberapa lokasi di Jawa, Sumatera, Kalimantan, Sulawesi. Umumnya, PGM dilaporkan dari beberapa sungai (endapan plaser) yang berasosiasi dengan endapan pasir besi, emas, intan dan kromit. Indikasi lokasi PGM dilaporkan di Cilacap, Jampang Kulon; di Sumatera dilaporkan di Woyla, Kotonapan, Muara Sipongi, Bengkalis; di Kalimantan dilaporkan di Cempaka, Riam Pinang, Pasir, Tabang, Sungai Marah dan di Sulawesi dilaporkan di Barru, Danau Towuti, Momo dan Baubuang (USGS, 1990). Eksplorasi pendahuluan ini masih bersifat prospektif dan perlu dilakukan studi lanjutan.

Henry Hilliard (2003) juga menuliskan dalam laporannya di USGS (*United States Geological Survey*), bahwa Indonesia, Cina, Papua Nugini dan Filipina, serta beberapa lokasi lain, diyakini juga menghasilkan PGM, namun belum dilaporkan berapa jumlah yang dihasilkan. Jumlah ini oleh Hilliard diklasi-fikasikan sebagai produksi dari Jepang, karena proses pemurnian dilakukan di negara matahari terbit (Tabel 2).

Indonesia Masa Mendatang

Pada 15 September 2015, Yukiya Amano, General Director IAEA (*International Atomic Energy Agency*) memberikan apresiasi ke Indonesia dalam pidato pembukaannya di Konferensi International *Atomic Energy Agency* ke-59 di Wina, Austria. Indonesia memberikan bantuan untuk korban bencana gempa bumi di Nepal bulan April yang lalu, dengan pemanfaatan dan aplikasi teknologi nuklir dalam bidang pangan. Indonesia memanfaatkan tekno-

logi iradiasi, pada makanan siap saji untuk korban bencana, yaitu teknologi nuklir memungkinkan bahan makanan menjadi lebih tahan lama namun tetap aman untuk dikonsumsi.

Teknologi ini tidak hanya dimanfaatkan dalam bidang pangan. Dalam bidang pertanian, teknologi nuklir juga dapat dimanfaatkan untuk, yaitu pemuliaan tanaman menggunakan teknologi irradiasi, dimana Indonesia telah memperoleh penghargaan *outstanding achievement* dari IAEA dan FAO. Indonesia juga siap membantu negara-negara berkembang lainnya untuk mengembangkan aplikasi teknologi nuklir dalam pemuliaan tanaman tersebut, khususnya kepada negara-negara di kawasan Pasifik.

Dari data di atas, makin banyak pekerjaan rumah untuk generasi mendatang di Indonesia. Pemerintahan baru pun diuji keseriusannya untuk mengimplementasikan larangan ekspor bahan mentah sejak tahun 2014 yang lalu, yang ternyata belum diaplikasikan dengan pembangunan smelter di Indonesia. Smelter yang ada di Indonesia saat ini digunakan untuk mengolah logam nikel, besi/baja, tembaga, aluminium, tembaga dan mangan. Masih banyak unsur lain yang masih bisa diekstrak dari mineral yang didapat di alam, terutama mengekstrak elemen tanah jarang dan golongan grup platinum. Saat ini, sementara kita hanya bisa "legowo" unsur-unsur ikutan dari proses ekstraksi dari unsur utama terbawa di mineral-mineral untuk diolah di negara lain.

Tabel 1. Keterdapatan Unsur Radioaktif di Alam

Unsur	Isotop Simbol	Keterdapatan di Alam	Waktu Paruh (tahun)	Peluruhan
Tellurium	130Te	33.97%	2,400,000,000,000,000,000,000.00	
Vanadium	50V	0.25%	390,000,000,000,000,000.00	EC
Zirconium	96Zr	2.80%	360,000,000,000,000,000.00	
Samarium	149Sm	13.80%	10,000,000,000,000,000.00	Alpha
Samarium	148Sm	11.30%	7,000,000,000,000,000.00	Alpha
Osmium	186Os	1.58%	2,000,000,000,000,000.00	Alpha
Neodymium	145Nd	8.30%	1,100,000,000,000,000.00	Alpha
Platinum	192Pt	0.79%	1,000,000,000,000,000.00	Alpha
Indium	115In	95.70%	600,000,000,000,000.00	Beta
Gadolinium	152Gd	0.20%	110,000,000,000,000.00	Alpha
Tellurium	123Te	0.89%	13,000,000,000,000.00	EC
Platinum	190Pt	0.01%	690,000,000,000.00	Alpha
Samarium	147Sm	15.00%	108,000,000,000.00	Alpha
Rubidium	87Rb	27.83%	49,000,000,000.00	Beta
Rhenium	187Re	62.60%	45,000,000,000.00	Beta
Lutetium	176Lu	2.59%	22,000,000,000.00	Beta
Thorium	232Th	100.00%	14,000,000,000.00	Alpha
Uranium	238U	99.28%	4,460,000,000.00	Alpha
Potassium	40K	0.01%	1,250,000,000.00	Beta
Uranium	235U	0.72%	704,000,000.00	Alpha

Sumber: http://webmineral.com/help/Radioactivity.shtml, diakses pada 19 September 2015

Tabel 2. Produksi Platinum-Group Metals di dunia (Hilliard, 2003)

PLATINUM-GROUP METALS: WORLD PRODUCTION, BY COUNTRY 1/ 2/

(Kilograms)

Country 3/	1996	1997	1998	1999	2000 e/
Platinum:					
Australia e/ 4/	100	100	100	100	100
Canada	5,155	4,813	5,640	5,442	5,450
Colombia	672	409	437	440 e/	440
Finland e/	62 r/	60	50 r/	50	50
Japan 5/	816	693	533	737 r/	782 6/
Russia e/	25,000	25,000	25,000	27,000	30,000
Serbia and Montenegro e/	10	10	10	5	5
South Africa	105,000 e/	115,861	116,483	130,745	114,434 6/
United States 7/	1,840	2,610	3,240	2,920	3,110 6/
Zimbabwe	100 e/	345	2,730	479 r/	150
Total	139,000	150,000	154,000	168,000 r/	155,000
Palladium:					
Australia e/ 4/	400	400	400	400	400
Canada	8,082	7,545	8,905	8,592	8,600
Finland e/	182 6/	180	150 r/	150	150
Japan 5/	2,182	1,899	4,151	5,354 r/	4,712 6/
Russia e/	80,000	80,000	80,000	85,000	94,000
Serbia and Montenegro e/	50	50	50	25	25
South Africa	52,600 e/	55,675	56,608	63,600 e/	55,888 6/
United States 7/	6,100	8,430	10,600	9,800	10,300 6/
Zimbabwe e/	120	245	1,855 6/	342 r/ 6/	70
Total	150,000	154,000	163,000	173,000 r/	174,000
Other platinum-group metals:					
Canada e/	697	651	742	716	720
Russia e/	3,500	3,500	3,500	3,700	4,100
South Africa	30,636	24,930	27,052	30,300 e/	31,522 6/
Zimbabwe	5 e/	27	189	20 r/ e/	10
Total	34,800	29,100	31,500	34,700 r/	36,400
Grand total	324,000	333,000	348,000 r/	376,000 r/	365,000

e/ Estimated. r/ Revised.

1/ World totals, U.S. data, and estimated data have been rounded to no more than three significant digits; may not add to totals shown.

2/ Table includes data available through April 27, 2001. Platinum-group metal (PGM) production by Germany, Norway, and the United Kingdom is not included in this table because the production is derived wholly from imported metallurgical products and to include it would result in double counting.

3/ In addition to the countries listed, China, Indonesia, and the Philippines are believed to produce PGM, and several other countries may also do so, but output is not reported quantitatively, and there is no reliable basis for the formulation of estimates of output levels. A part of this output not specifically reported by country is, however presumably included in this table credited to Japan.

4/ PGM recovered from nickel ore that is processed domestically. PGM in exported nickel ore are extracted in the importing countries, such as Japan, and are believed to be included in the production figures for those countries.

5/ Production derived entirely from imported ores.

6/ Reported figure.

7/ A very small quantity of byproduct platinum and palladium produced from gold-copper ores was excluded.

Tantangan di masa mendatang, rantai ilmu pengetahuan dan teknologi nuklir perlu dirancang secara terintegrasi. Rantai yang dimulai dari pemahaman tentang keterdapatan mineral strategis tersebut di alam, teknologi pengambilan material, serta ekstraksi bahan mentah menjadi barang setengah jadi dan bahan jadi. Kemajuan teknologi nuklir yang sudah ditunjukkan Badan Teknologi Nuklir Nasional (BATAN) harus diimbangi dengan kemampuan generasi penerus bangsa ini, serta kemauan pemerintah untuk mendukung industri strategis untuk anak cucu di masa mendatang. Sangat indah rasanya melihat sumberdaya alam Indonesia bisa dipelajari, diolah, dimanfaatkan untuk kemajuan bangsa yang besar ini.

Ibarat sedang bertanding sepakbola, kiper yang tangguh tidak ada artinya tanpa

penyerang yang hebat, serta tim yang hebat tidak akan pernah mungkin tercipta tanpa kerjasama tim yang baik. Mustahil negara ini sukses tanpa kerjasama semua elemen penunjangnya. Jadi, mari bekerja bersama-sama, tidak ada kontribusi yang sia-sia untuk bangsa ini. ***

Pustaka

1. http://www.processindustryforum.com/hottopics/nucleardisasters, diakses pada 19 September 2015
2. https://www.iaea.org/newscenter/news/supporting-nepal-help-nuclear-applications, diakses pada 19 September 2015
3. http://www.periodni.com/rare_earth_Elements.html, diakses pada 18 September 2015
4. http://webmineral.com/help/Radioactivity.shtml, diakses pada 19 September 2015
5. http://web.mit.edu/12.000/www/m2016/finalwebsite/Elements/ree.html, diakses pada 19 September 2015
6. Hilliard, H.E. 2003. *Platinum-Group Metals: USGS Mineral Resources*. Open-File Report.
7. Zientek, M.L., Page, N.J. 1990. *Consultancy Services in Platinum-Group Mineral Exploration for the Directorate of Mineral Resources*. Open-File Report 90-527. USGS
8. Zientek, M.L., Pardiarto, B., Simandjuntak, H.R.W., Wikrama, A., Oscarson, R.L., Meier, A.L., Carlson, R.R., 1992. "Placer and lode platinum group minerals in south Kalimantan, Indonesia — evidence for derivation from Alaskan-type ultramafic instrusions." *Aust. J. Earth Sci.* 39, 405–417.

Bersains, Volume 1 Tahun 2016, 73-83

Goresan Angka Sang Citralekha

Agung Prabowo

Prasasti umumnya dijadikan sebagai sumber penulisan sejarah politik para raja dan kerajaan. Salah satu aspek dalam pahatan prasasti yang belum mendapat penyimakan semestinya adalah angka. Ya, ternyata prasasti juga bercerita mengenai perjalanan angka-angka di Nusantara. *Citralekha*, sang pemahat (batu) prasasti tidak saja menggoreskan abjad tetapi juga angka. Goresan angka sang *citralekha* mengantarkan kita untuk memahami sejarah perjalanan angka di Nusantara.

Membincang angka berarti membincang cara atau aturan penulisan dan pengucapan atau pelafalan angka. Dari situ kita dapat mengetahui banyaknya dijit yang digunakan untuk menyusun semua angka, basis bilangan yang digunakan dan belum/sudahnya digunakan nilai tempat dalam penulisan dan pelafalan angka. Saat ini, angka berapapun dapat dibuat hanya dengan sepuluh dijit 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9 dengan menerapkan basis bilangan sepuluh pada nilai tempat satuan, puluhan, ratusan, ribuan dan seterusnya.

Penggunaan basis bilangan sepuluh dan nilai tempat ternyata telah ditemukan sejak awal abad 5 Masehi. Pertama-tama kita menemukan basis bilangan sepuluh dan nilai tempat digunakan dalam '*lafal bilangan*'. Prasasti Tugu dari Jawa Barat dan tujuh buah yupa dari Kutai, Kalimantan Timur memahatkan buktinya. Sekitar 2½ abad kemudian kita telah menemukannya digunakan dalam menyusun '*lambang bilangan atau angka*'. Pada titik inilah prasasti-prasasti dari Kadatuan Sriwijaya mendapat perhatian yang lebih besar dibanding sebelumnya.

Prasasti Tugu yang berasal dari tahun 403 Masehi dan yupa yang diperkirakan sejaman dengan Prasasti Tugu, keduanya menggunakan aksara Palawa Awal dengan bahasa Sanskerta. Jadi, penggunaan basis bilangan sepuluh dan nilai tempat di Nusantara pertama-tama ditemukan dalam bahasa dan aksara yang keduanya berasal dari India.

Penggunaan basis bilangan sepuluh dan nilai tempat dalam bentuk 'angka' pertama kali ditemukan buktinya pada Prasasti Kedukan Bukit. Prasasti ini dibuat dengan media batu menggunakan aksara Palawa Akhir dengan

bahasa asli Nusantara yaitu Melayu Kuno. Angka yang dimaksud menyatakan tahun dibuatnya prasasti tersebut oleh Dapunta Hyang Sri Jayanasa, raja Kadatuan Sriwijaya. Kita mendapati angka tahun 604 pada kalender Saka. Kita mendapati dijit 0 pada angka tahun 604 Saka. Angka tersebut sekaligus menunjukkan eksistensi angka nol yang pertama kali di Nusantara.

Prasasti Kedukan Bukit menjadi bukti paling awal bahwa angka telah digunakan di nusantara sejak tahun 682 Masehi atau 604 Saka. Penduduk Sriwijaya telah menggunakan basis sepuluh dengan nilai tempat yang melibatkan sepuluh buat dijit termasuk dijit nol. Penemuan angka 0 pada Prasasti Kedukan Bukit menjelaskan bahwa bentuk angka nol di Nusantara awalnya berupa titik yang disebut *bindu*. Dua prasasti dari Sriwijaya (Kedukan Bukit dan Talang Tuo) dan sebuah dari Kamboja (Prasasti Sambar) menggunakan *bindu*. Bentuk *bindu* kemudian berubah menjadi *shunya*. Prasasti Kota Kapur menjadi prasasti yang pertama kali memahatkan *shunya*. Di India juga digunakan istilah *chidra* atau *randra* yang semakna dengan *shunya*, tetapi kedua kosa kata tersebut tidak populer di Nusantara.

Prasasti-prasasti yang dijadikan sebagai sumber penulisan eksistensi Kadatuan Sriwijaya (Kedukan Bukit, Talang Tuo, Kota Kapur, dan Telaga Batu) semuanya ditulis dengan aksara Palawa Akhir dan bahasa Melayu Kuno. J.G. de Casparis dalam bukunya *Indonesian Palaeo-graphy: A History of Writing in Indonesia from the Beginnings to c. A.D. 1500* (Leiden, 1975), secara lebih tepat menyatakan jenis aksara pada keempat prasasti dari Kadatuan Sriwijaya adalah Palawa Akhir. Aksara tersebut digunakan pada periode 650-750 Masehi. Prasasti Tuk Mas dari Jawa Tengah juga sudah menggunakan aksara Palawa Akhir sehingga disinyalir penciptaan aksara Kawi (Jawa Kuno) yang digunakan untuk menulis dengan bahasa Jawa Kuno, salah satunya dimotivasi oleh penciptaan aksara Palawa Akhir. Menurut J.G. de Casparis, pada periode sebelumnya antara tahun 400-650 Masehi, penduduk Nusantara menggunakan aksara Palawa Awal yang digunakan di Kutai dan pada masa Tarumanegara di Jawa Barat. Masih terdapat prasasti-prasasti dari Kadatuan Sriwijaya lainnya seperti Karangberahi, Palaspasemah, Bungkuk dan Boom Baru.

Lafal Bilangan dengan Basis Sepuluh

Kita layak bangga sebab nenek moyang kita tidak saja dikenal sebagai pengarung lautan dan penakluk samudera, tetapi mulai saat ini kita layak mengenang mereka sebagai intelektual handal. Mereka telah menorehkan catatan pada Prasasti Kedukan Bukit berupa lafal bilangan untuk angka 1312. Angka tersebut dipahatkan dalam lafal bilangan '*sarivu tlurātus sapulu dua*' dengan bahasa Melayu Kuno. Sekilas lafal bilangan tersebut tidak memiliki makna yang dapat membuat kita pantas merasa bangga. Hanya sebuah lafal bilangan. Apa artinya bagi kehidupan kita dan pencapaian intelektual?

Prasasti Kedukan Bukit ditemukan di Kampung Kedukan Bukit, Kelurahan 35 Ilir, Palembang, Sumatera Selatan. Penemunya adalah M. Batenburg pada tanggal 29 November 1920. Beberapa sarjana yang pernah mengalih-aksarakan adalah van Ronkel, F.D.K de Bosch dan J.G. de Casparis. Prasasti tersebut diterjemahkan oleh George Coedes. Hingga hari ini, hampir selama 1400 tahun kita telah melestarikan penggunaan basis bilangan sepuluh dan sistem nilai tempat dalam numerasi sehari-hari.

Eksistensi lafal bilangan '*sarivu tlurātus sapulu dua*' menjadi bukti yang menempatkan nenek moyang kita lebih unggul dibanding bangsa-bangsa lain dalam hal penggunaan sistem numerasi. Hal ini telah terjadi sejak 23 April 682 Masehi yang merupakan penanggalan pada Prasasti Kedukan Bukit. Dengan keunggulan sistem numerasi tersebut nenek moyang kita mampu menentukan arah pelayaran secara akurat, mengarungi lautan di malam buta, dan meraih banyak keuntungan dalam perniagaan sehingga Kadatuan Sriwijaya mencapai gemah ripah loh jinawi, tata tentrem karta raharja, murah sandang dan pangan serta membangun angkatan perang yang perkasa sehingga dalam sekejap berhasil mengendalikan jalur perdagangan di Selat Malaka yang menghubungkan Cina dengan India. Sriwijaya menjadi pusat pembelajaran agama Buddha terbesar di seputaran Asia Tenggara.

Hampir empat belas abad kita telah terbiasa dengan tradisi intelektual tingkat tinggi berupa penggunaan sistem numerasi berdasarkan basis bilangan sepuluh (desimal) yang telah menyertakan penggunaan nilai tempat (satuan, puluhan, ratusan, ribuan dan seterusnya) untuk mengonstruksi semua angka berapapun besarnya hanya dengan menggunakan sepuluh buah dijit 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9.

Pagi hari masih menyisakan dinginnya udara kota Bandung. Saya melangkahkan kaki memasuki sebuah kampus yang nyaman dan bersih di kawasan Bandung Utara. Gedung Isola yang dibangun pada masa Bandung dikenal sebagai *Parijs van Java* masih kokoh berdiri. Saya bergegas untuk memenuhi janji bertemu dengan seorang profesor dalam bidang pendidikan matematika yang mengandrungi sejarah matematika.

Saat ini, kita melafalkan angka 1312 dengan 'seribu tiga ratus duabelas' menggunakan Bahasa Indonesia. Empat belas abad sebelumnya, saat penduduk Sriwijaya masih menggunakan bahasa Melayu Kuno (yang menjadi cikal bakal Bahasa Indonesia) mereka melafalkannya dengan '*sarivu tlurātus sapulu dua*'. "Analisa terhadap lafal tersebut akan menghasilkan penjumlahan 1000 + 300 + 10 + 2 yang menjelaskan adanya nilai tempat ribuan (diisi dijit 1), ratusan (diisi dijit 3), puluhan (diisi dijit 1) dan satuan (diisi dijit 2)", demikian penjelasan dari Prof. Wahyudin, seorang guru besar Pendidikan Matematika dari UPI Bandung.

Aksara Palawa Awal berasal dari India bagian selatan. Kita dapat memajukan hipotesa bahwa aksara Palawa Akhir adalah murni hasil cipta karya penduduk (para intelektual) Sriwijaya, setelah sebelumnya mereka mengenal aksara Palawa Awal. Kita tahu bahwa tujuh buah yupa dari Kalimantan Timur dan prasasti-prasasti yang termasuk tertua dari Jawa Barat ditulis dengan aksara Palawa Awal dengan bahasa Sanskerta. Jadi, menjadi wajar apabila kita memajukan hipotesa bahwa aksara Palawa Akhir secara khusus diciptakan sebagai hasil modifikasi dari aksara Palawa Awal untuk menulis dengan bahasa Melayu Kuno. Tentulah hipotesa tersebut didasari dengan asumsi bahwa Aksara Palawa Awal tidak mencukupi untuk menulis dengan bahasa Melayu Kuno.

Kita pernah punya pengalaman sejenis dengan diciptakannya aksara Jawi (Arab-Melayu) untuk menulis dengan bahasa Melayu Klasik sebab aksara Arab tidak dapat secara tepat digunakan untuk menulis dengan bahasa Melayu. Juga, diciptakannya aksara Pegon (Arab-Jawa) yang secara khusus digunakan untuk menulis dengan bahasa Jawa dan belakangan juga dimodifikasi ulang sehingga dapat digunakan

untuk menulis dengan bahasa Sunda. Jika hipotesa tersebut benar, kita layak berbangga sebab penduduk Sriwijaya telah berhasil menciptakan aksaranya sendiri. Mereka juga telah berhitung dengan basis sepuluh, sistem nilai tempat dengan sepuluh buah dijit termasuk di dalamnya angka 0.

Nilai Tempat Tertinggi

Prasasti Kedukan Bukit memuat bilangan-bilangan lainnya seperti 20.000 pasukan dan 200 kotak dalam bentuk lafal bilangan, bukan angka. Lafal tersebut ditulis dengan bahasa Melayu Kuno '*duaratus*' untuk 200 kotak dan '*dualaksa*' untuk 20.000 pasukan. Lafal bilangan sejenis kita temukan pada yupa dan Prasasti Tugu.

Tujuh yupa dari Kalimantan Timur ditaksir berasal dari awal abad 5 M dan kurang lebih sejaman dengan Prasasti Tugu dari Jawa Barat. Menurut Djulianto Susantio, penanggalan pada prasasti ini yang semula dinyatakan tidak lengkap, kini diketahui berasal dari tahun 325 Saka atau 403 Masehi. Yupa dan Prasasti Tugu menggunakan aksara Palawa Awal dan berbahasa Sanskerta.

Penggunaan basis bilangan sepuluh dengan nilai tempat satuan, puluhan, ratusan dan ribuan ditemukan pada lafal bilangan yang terpahat di Prasasti Tugu. Lafal tersebut dalam bahasa Sanskerta berbunyi '*satsahasrena sasatena dvawingsena*' = enam ribu seratus dua puluh dua. Penggunaan nilai tempat hingga puluhan-ribu terpahat pada yupa berupa dua buha lafal bilangan *trimsat sahasrani* = tiga puluh ribu dan *catvarimsat sahasrani* = empat puluh ribu.

"Cara menulis dan melafalkan angka dengan menggunakan basis bilangan sepuluh, nilai tempat dan sepuluh buah dijit mendahului bangsa Arab, bangsa Eropa dan semua bangsa lain di dunia," demikian tambahan keterangan dari Prof. Wahyudin. Tentu saja kecuali bangsa India, sebab kita belajar dari mereka. Dalam pelafalan angka dengan bahasa Sanskerta digunakan nilai tempat *ekasara*, *satisara*, *satasara*, *hasrasara* dan *yutasara* untuk satuan, puluhan, ratusan, ribuan dan jutaan. Akhiran *sat*, *satani*, *sahasrani* atau *sasra* dan *yuta* berturut-turut digunakan untuk menunjukkan nilai tempat puluhan, ratusan, ribuan dan jutaan.

Lafal Sanskerta mengenal nilai tempat untuk belasan yang disebut *dasasara*. Lafal sebelas, duabelas sampai sembilanbelas dalam bahasa Indonesia saat ini adalah pengaruh dari lafal bilangan dalam bahasa Sanskerta sehingga sebelas tidak diucapkan sepuluh satu, dan seterusnya. Lafal bilangan dengan nilai tempat belasan (*dasasara*) ditemukan pada tanggal-tanggal prasasti yang selalu dituliskan sebagai lafal bilangan, tidak pernah dalam bentuk angka. Akhiran *dasi* dan sejenisnya digunakan untuk maksud tersebut. Lafal *trayodasyam* ditemukan pada Prasasti Tugu dan lafal *ekādaśī* ditemukan pada Prasasti Kedukan Bukit.

Nilai tempat belasan dalam lafal bahasa Sanskerta digunakan untuk memunculkan nilai tempat puluhan-ribu dan ratusan-ribu. Nilai tempat untuk puluhan-ribu dan ratusan-ribu dibentuk dengan menggabungkan nilai tempat belasan (*dasasara*) dengan puluhan (*satisara*) atau dengan nilai tempat ribuan (*hasrasara*).

Angka dengan Basis Sepuluh

Angka tahun 604 yang terdapat pada Prasasti Kedukan Bukit menjadi bukti penggunaan basis bilangan sepuluh dengan disertai nilai tempat pada penulisan angka. "Angka 604

apabila diuraikan menjadi 600 + 0 + 4 yang memperlihatkan bahwa tempat ratusan diisi oleh dijit 6, puluhan diisi dengan dijit 0 dan satuan diisi dengan dijit 4," demikian Prof. Wahyudin menjelaskan.

Penulisan 604 = 600 + 4 tidaklah salah meskipun nilai tempat ratusan yang diisi oleh dijit 0 tidak dimunculkan. Cara demikian adalah warisan cara lama yang menggunakan basis sepuluh sebelum dijit 0 dikenal. Cara ini digunakan oleh bangsa Arab sebelum mereka mengenal angka 0 dari bangsa India. Bangsa India juga pernah menggunakan sembilan buah dijit pada basis bilangan sepuluh sehingga angka 10 dituliskan bukan sebagai kombinasi dijit 1 dan 0, tetapi dengan lambang bilangan yang baru yang dalam angka Brahmi disebut *kha*.

Dengan sembilan buah dijit, bangsa Arab akan menuliskan 604 dengan $\ddot{6}4$. Sebuah titik di atas berarti mengalikan dengan sepuluh sehingga tahun 2013 akan ditulis dengan $\dddot{2}\dot{1}3$. Pada saat bangsa Arab masih menulis 2013 dengan $\dddot{2}\dot{1}3$, maka penduduk Sriwijiaya dan India sudah menulisnya dengan 2013. Bangsa Arab belum menggunakan angka 0. Sriwijaya dan India sudah menggunakan angka 0. Pada saat yang bersamaan, bangsa Eropa masih belum bermimpi tentang angka 0.

"Tentu saja angka yang digunakan di Sriwijaya bukan angka Hindu-Arab," jelas Wahyudin. Hari ini kita menggunakan angka Hindu-Arab. Penduduk Sriwijaya menuliskan angka tahun dengan angka Palawa Akhir. Sistem numerasi yang hari ini digunakan dalam kehidupan sehari-hari di seluruh dunia, termasuk dalam matematika ternyata sudah digunakan oleh penduduk Sriwijaya sekitar 14 abad silam. "Hanya berbeda dalam bentuk angkanya," tambah Wahyudin.

Kita menjadi tahu bahwa Prasasti Kedukan Bukit berasal dari tahun 682 Masehi sebab dalam prasasti tersebut tertera tahun penulisannya dalam bentuk angka yaitu 604. Kita dapat menemukan angka Palawa Akhir yang digunakan untuk menulis angka tahun 604 Saka. Apa arti penting angka tersebut?

Pertama, angka tahun pada Prasasti Kedukan Bukit merupakan bentuk angka pertama yang digunakan di wilayah Nusantara (Indonesia). Hal ini membuktikan penggunaan angka di Nusantara telah ada sejak tahun 682 Masehi. Fakta berikutnya adalah hikayat perjalanan angka di nusantara ternyata dimulai dari Kadatuan Sriwijaya. Peninggalan sejarah yang lebih tua berupa tujuh buah yupa tidak memahatkan adanya angka. Sriwijaya juga telah menanggalkan penggunaan bahasa Sanskerta dan menggantinya dengan bahasa Melayu Kuno. Penggunaan bahasa Melayu Kuno tersebar hingga Jawa. Prasasti Sojomerto yang ditemukan di Batang, Jawa Tengah menjadi bukti dominasi Sriwijaya atas Jawa melalui penggunaan bahasa Melayu Kuno. Prasasti Pasir Muara dari Jawa Barat juga ditulis dengan bahasa Melayu Kuno, bukan Sanskerta. Padahal pada masa itu, Mataram dan Sunda/Galuh sangat dominan dengan bahasa Sanskerta. Kedua, angka tahun pada Prasasti Kedukan Bukit menjadi bukti sejarah telah digunakannya basis bilangan sepuluh. Angka-angka ditulis dengan menggunakan sepuluh buah dijit yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Ketiga, tata laksana penulisan angka terbukti sudah menggunakan sistem nilai tempat. Hal tersebut ditandai dengan adanya nilai tempat satuan, puluhan, ratusan dan seterusnya.

Penemuan-penemuan angka segera menyusul. Bukti-bukti lainnya dari penggunaan angka dengan basis sepuluh dan nilai tempat ditemukan pada Prasasti Talang Tuo dan Kota Kapur. Masih di Palembang, ditemukan prasasti Talang Tuo yang memahatkan angka 0 pada angka tahun 606 Saka (684 Masehi). Selanjutnya di Bangka Belitung kembali ditemukan angka 0 pada Prasasti Kota Kapur yang memahatkan angka tahun 608 Saka (686 Masehi).

Prasasti Talang Tuo ditemukan oleh Residen Palembang, Louis Constant Westenenk pada tanggal 17 November 1920. Ditemukan di desa Gandus. Beberapa sarjana yang pernah mengalihaksarakan adalah van Ronkel dan Bosch. Prasasti yang memahatkan angka tahun 606 Saka tersebut diterjemahkan oleh George Coedes. Arti penting keberadaan angka pada prasasti yang keempat adalah angka (tahun) pada Prasasti Kedukan Bukit, Talang Tuo dan Kota Kapur menjadi bukti sejarah telah dikenal dan digunakannya angka 0.

Angka 0

Butuh waktu 3 abad hingga akhirnya bangsa Eropa bersedia menerima angka 0. Bagi mereka 0 adalah hantu. Tidak hanya itu, ceceran darah dan tumpahan air mata tidak terhindarkan saat angka 0 hadir di Eropa. Hanya untuk sebuah angka 0 perlu banyak yang harus dikorbankan. Lembaran sejarah mencacat 0 baru dapat diterma di Eropa pada awal abad 13 Masehi.

Saat ini, bangsa Eropa, khususnya Inggris melafalkan 0 dengan *zero*. Kata *zero* merupakan pemendekan lafal nol dalam bahasa Italia, *zefiro* dengan menghilangkan silabel *fi*. *Zefiro* diperkenalkan oleh Leonardo da Pisa atau yang populer dikenal sebagai Leonardo Fibonacci dari kata Arab untuk 0 yaitu *al-sifr*, *sifr*, atau *safira*. *Al-sifr* atau *safira* adalah terjemahan dari 0 India yang dilafalkan dengan *shunya*.

Eksistensi angka 0 ditemukan terpahat sebagai angka tahun 604 Saka pada Prasasti Kedukan Bukit. Saat ini kita tahu bahwa prasasti tersebut berangka tahun 682 Masehi. Wajar saja apabila kita bertanya apakah pada tahun tersebut penduduk Sriwijaya telah menggunakan kalender Masehi? "Hampir di seluruh wilayah nusantara, sebelum kedatangan bangsa Eropa, kalender yang digunakan adalah kalender Saka yang berasal dari India," demikian pendapat R. Bratakesawa dalam bukunya *Keterangan Candrasengkala*. Secara sederhana, selisih angka tahun pada Kalender Masehi dengan Kalender Saka adalah 78. Angka tahun 604 Saka yang dipahatkan pada Prasasti Kedukan Bukit apabila dikonversi akan menjadi 604 + 78 = 682 Masehi.

Shunya dan *Bindu*

Berikut ini adalah bentuk angka nol pada Prasasti Kedukan Bukit (604 Saka), Talang Tuo (606 Saka) dan Kota Kapur (608 Saka).

Gambar 1. Bentuk Angka dan Angka Nol pada Angka Tahun 604, 606 dan 608 Saka [http://id.wikipedia.org/wiki/Prasasti_Kedukan_Bukit]

Nol India yang dilafalkan *shunya* berbentuk oval dengan bagian tengah yang terbuka. Nol ini dapat kita temukan pada Prasasti Kota Kapur yang ditemukan di Dusun Kota Kapur, pesisir barat Pulau Bangka. Prasasti ini menjadi

prasasti pertama dari Kadatuan Sriwijaya yang ditemukan. Penemunya adalah J.K. van der Meulen, Desember 1892, berupa tugu yang meruncing dengan tinggi 177 cm dan lebar 32 pada bagian dasar serta dan 19 cm pada bagian puncak. Sang *citralekha* memahatkan angka tahun 608 Saka pada prasasti tersebut. Konversi ke dalam kalender Masehi adalah 686 Masehi, tepatnya 28 Februari 686 Masehi.

Bangsa India mempunyai pelafalan kedua untuk nol yaitu *bindu*. Lafal tersebut saat ini masih kita temukan digunakan dalam bahasa Bali. Bahasa Bali melafalkan nol dengan *bindu* atau *windu*. Bentuk angka 0 yang dilafalkan *bindu* berbeda dengan nol yang dilafalkan *shunya*. Nol '*bindu*' masih berbentuk oval tetapi bagian tengahnya tertutup rapat. Prasasti Kedukan Bukit yang bertanggal 23 April 682 Masehi dan Prasasti Talang Tuo bertanggal 23 Maret 684 Masehi menggunakan bentuk nol yang disebut *bindu*.

Awalnya, bangsa India tidak mempunyai angka 0. Sebuah penelitian yang telah dilakukan oleh Subhash C. Kak menyimpulkan hal tersebut. Lambang 0 India yang berbentuk *shunya* berasal dari angka 10 Brahmi yang berbentuk lingkaran berekor dengan sebuah pengait . Lambang ini dinamakan *kha* yang berarti langit. Penggunaannya antara lain ditemukan pada inskripsi Nasik dari abad 1 dan 2 Masehi, serta pada inskripsi Andhra dan Ksatrapa dari abad 1 dan 3 Masehi.

Untuk menjelaskan asal-usul angka 0, S. C. Kak memberikan ilustrasi sebagai berikut. Lambang untuk angka 15 pada abad 1-4 Masehi dituliskan sebagai kombinasi angka 10 dengan angka 5 ( ) yaitu . Saat ini, lambang untuk 15 dalam angka Brahmi ditulis dengan bentuk yang merupakan perubahan dari angka 15 dari abad 1-4 M yaitu = atau . Penjelasan tersebut dapat kita temukan dalam artikel Subhash C. Kak yang berjudul *The sign for Zero* (1990).

Perubahan bentuk *kha* ( ) menghasilkan dua buah lambang untuk angka 15 dan menyisakan lambang untuk angka 0 yaitu yang dilafalkan *sunya* atau *shunya* dalam bahasa Sanskerta. Peneliti lainnya yaitu George Ghevergese Joseph dalam karya artikelnya yang berjudul *A Brief History of Zero* (2008) menyatakan, "Dalam bahasa Sanskerta, bentuk dinamakan *shunya, chidra* atau *randra*. Menurut S. C. Kak, penggunaan simbol untuk menyatakan nol paling cepat terjadi pada abad 3 Masehi. Namun, bukti dari India yang sudah ditemukan berasal dari tahun 876 Masehi, sekitar dua abad setelah penemuan 0 Sriwijaya.

0 Sriwijaya

Bagaimana bentuk angka nol yang digunakan di Nusantara, khususnya di Sriwijaya? Kita menemukan bukti adanya dua bentuk nol Sriwijaya yaitu *bindu* (berarti titik) dan *shunya* (berarti kosong). *Bindu* digunakan pada Prasasti Talang Tuo yang memahatkan angka Palawa Akhir. Prasasti Kedukan Bukit diduga menggunakan bentuk *bindu* sebab angka tahunnya hanya berselang dua tahun sebelumnya dan ditemukan pada wilayah geografis yang berdekatan. Angka tahun pada Prasasti Kota Kapur dipahatkan dengan angka Palawa Akhir. Secara pasti kita dapat menentukan bentuk angka nol yang berupa *shunya*. Bentuk *shunya* ini akan terus digunakan di masa selanjutnya pada berbagai jenis aksara dan angka Nusantara.

Kemunculan angka 0 di Sriwijaya sudah dalam bentuk yang siap pakai, baik angka 0 yang berbentuk *bindu* maupun *shunya*. Jadi, kita tidak menemukan proses perkembangan atau asal-

usul angka 0 di Nusantara seperti yang diuraikan oleh S.C. Kak di India. Lagi pula, bukti-bukti sejarah yang dituliskan pada batu, logam ataupun tembikar dalam bentuk prasasti bukan untuk mengabadikan catatan-catatan tentang matematika.

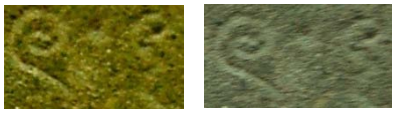
Bentuk angka 0 yang dimunculkan S. C. Kak telah ditemukan di Sumatera pada abad 7 Masehi. Bentuknya berupa bulatan sedikit oval dengan bagian tengahnya kosong. Bentuk tersebut dinamakan *shunya* atau *shuunya* dan ditemukan pada Prasasti Kota Kapur, 608 Saka yang dipahatkan dengan angka Palawa Akhir.

Bentuk angka nol masih sangat jelas pada Prasasti Talang Tuo yang memahatkan bentuk berupa titik (lingkaran penuh, *dot*). Bentuk tersebut dinamakan *bindu*. Bentuk nol pada Prasasti Kedukan Bukit sudah tidak tampak. Selanjutnya, bentuk nol pada Prasasti Kota Kapur memperlihatkan bentuk yang selanjutnya digunakan di seluruh dunia. Bentuk angka 0 lainnya yang ditemukan pada hampir semua jenis aksara di nusantara juga berbentuk *shunya*, menyerupai angka 0 yang terpahat pada Prasasti Kota Kapur.

George Ghevergese Joseph dalam karya artikelnya yang berjudul *A Brief History of Zero* (2008) menegaskan, "Simbol untuk *shunya* diawali dengan bentuk titik (*bindu*), ditemukan pada prasasti-prasasti dari India, Kamboja dan Sumatera pada kisaran abad 7 dan 8 Masehi, kemudian berubah menjadi lingkaran yang disebut *chidra* atau *randra*." Penegasan dari G.G. Joseph tersebut sesuai dengan bukti-bukti yang ditemukan pada ketiga prasasti Kadatuan Sriwijaya.

Kemunculan *bindu* mendahului bentuk nol yang disebut *shunya, chidra atau randra*. Baik G.G. Joseph maupun S.C. Kak tidak menjelaskan perubahan bentuk nol dari *bindu* menjadi *shunya*. S.C. Kak hanya menjelaskan asal-usul bentuk nol yang disebut *shunya* dari bentuk yang disebut *kha*.

Prasasti Talang Tuo (606 Saka) menggunakan angka Palawa Akhir untuk memahatkan 0 *bindu*. Bentuk angka nol pada Prasasti Kedukan Bukit sudah tidak dapat dideteksi, namun diduga masih berbentuk *bindu* dan belum beralih pada bentuk *shunya*. Prasasti Sambor dari Kamboja memahatkan angka tahun 605 Saka (683 Masehi), dengan menggunakan angka Palawa. Bentuk angka nol pada Prasasti Sambor lebih dekat pada bentuk *bindu* daripada *shunya*. Angka 0 terletak di sebelah kanan angka Khmer Awal berbentuk 9 terbalik yang menyatakan angka 6. Amir D. Aczel dalam karyanya *How I Rediscovered the Oldest Zero in History* (2013) menyatakan, "Bentuk angka 0 tersebut berupa titik (*dot*)."



Gambar 2. Foto oleh Debra Gross Aczel [http://bharatkalyan97.blogspot.com/2013/06/the-first-known-zero-in-indian.html]

Empat buah prasasti yang memahatkan angka nol (satu dari Kamboja dan tiga lainnya dari Indonesia) memperlihatkan adanya bentuk nol yang disebut *bindu* (Prasasti Kedukan Bukit dan Talang Tuo) serta bentuk nol yang disebut *shunya* (Prasasti Kota Kapur). Di Nusantara, perubahan dari *bindu* ke *shunya* yang pertama kali ditemukan pada Prasasti Kota Kapur (686 M) padahal dua dan empat tahun sebelumnya masih menggunakan *bindu* (Kedukan Bukit 682 Masehi dan Talang Tuo 684 Masehi).

Bukti eksistensi angka 0 di India sebagai peradaban yang menciptakan angka 0 justru lebih terlambat dibandingkan bukti angka 0 yang ditemukan di wilayah Asia Tenggara yang dipengaruhi India. Pada bagian catatan kaki, G.G. Joseph menegaskan bahwa, "Pengaruh India dalam hal penggunaan sistem numerasi India ditemukan lebih awal di Asia Tenggara pada wilayah yang saat ini termasuk dalam negara Indonesia, Kamboja dan Malaysia."

Menurut James Ciment dalam artikelnya yang berjudul *Zero*, "Penemuan angka 0 di India baru terjadi pada tahun 876 Masehi, ditemukan pada prasasti berwujud tablet tanah liat dari Gwalior, India bagian tengah." Dalam artikelnya yang terbit pada tahun 2006 dengan judul *Outline of the History of Mathematics in India*, D. Joyce menyebut angka tahun yang berselisih satu tahun lebih cepat. Ia menulis, "Penggunaan notasi nilai tempat di India telah lengkap dengan ditemukannya dijit nol pada tahun 875 M."

G.G. Joseph tidak secara khusus menyatakan telah digunakannya angka 0, tetapi penggunaan sistem numerasi India telah ada pada tahun 876 Masehi. Ia juga mendasarkan pendapatnya pada prasasti yang terdapat di Candi *Chaturbhuja* dari Gwalior. G.G. Joseph menulis, "Inskripsi tertua dari India yang telah memahatkan sistem numerasi seperti yang saat ini digunakan adalah inskripsi yang berasal dari Gwalior dengan pertanggalan '*Samvat* 933' (876 AD)." Ini artinya, *samvat* (tahun) 933 = 876 Masehi. Angka tahun 933 mengacu pada Kalender Vikrama, bukan kalender Saka yang umum digunakan di Nusantara dan wilayah Asia Tenggara lainnya. Pada prasasti di Candi *Chaturbhuja* tersebut terpahat angka tahun 933, angka 187 dan dua buah angka lainnya yang mengandung angka 0 yaitu 270 dan 50. Bentuk angka 0 yang ditemukan pada inskripsi di Candi *Chaturbhuja*, Gwalior adalah 0 *shunya*. Kita mendapati angka-angka yang dimaksud dalam karya Bill Casselman yang berjudul *Oldest Record of Zero in India*.

Gambar 3. Bentuk Angka 0
[http://gwaliorplus.com/facts/oldest-record-of-zero-in-india/]

Jika G. G. Joseph menyatakan hal yang umum mengenai penggunaan sistem numerasi India di Indonesia, Malaysia dan Kamboja, maka secara khusus, D. Joyce menyoroti eksistensi angka nol di Indonesia dan Kamboja. Ia menyatakan, "Penggunaan dijit 0 telah ditemukan pada tahun 683 Masehi di koloni Hindu yaitu Indonesia dan Khmer (Kamboja)." Pendapat D. Joyce sejalan dengan digunakannya angka tahun 604 Saka pada Prasasti Kedukan Bukit di Sumatera dan angka tahun yang hampir sama (605 Saka) Prasasti Sambor di Kamboja. Konversi pada Kalender Masehi akan menghasilkan 605 Saka = 683 Masehi.

Pada saat Sriwijaya telah memahatkan angka 0 berupa *bindu* dan *shunya*, Abū 'Abdallāh Muhammad ibnu Musa al-Khawarizmi belum lahir. Ia lahir di Irak tahun 780 dan wafat tahun 850 Masehi. Jelas bahwa al-Khawarizmi bukanlah penemu angka 0. Menyatakan al-Khawarizmi sebagai matematikawan pertama yang melakukan operasi aritmatika dengan menggunakan simbol/lambang angka 0 jauh lebih masuk akal daripada menyatakan al-Khawarizmi sebagai penemu angka 0.

Pada tahun 820 M, al-Khawarizmi menulis karyanya berjudul *Arithmetic* sebagai karya yang pertama kali menggunakan angka baru dari India. Operasi aritmatika sejenis yang menggunakan 0 telah dilakukan oleh Aryabhata pada tahun 594 Masehi. Perbedaannya, Aryabhata melakukannya dengan lafal bilangan nol dalam bahasa Sanskerta, bukan lambang bilangan nol. Di India, operasi tersebut dinamakan *shunya-ganita* (kalkulasi dengan nol). Aryabhata juga menjelaskan penggunaan nilai tempat dengan basis bilangan sepuluh melalui pernyataan, "*Sthanam sthanam dasa gunam*." Makna ungkapan tersebut adalah 'dari nilai tempat ke nilai tempat berikutnya berarti mengalikan dengan sepuluh'.

Dalam aksara terdapat aksara-abjad (huruf) dan aksara-bilangan (angka). Berdasarkan semua aksara yang pernah digunakan di nusantara dan muncul setelah aksara Palawa Akhir yang digunakan di Sriwijaya, maka akan terdapat angka Palawa Awal, Palawa Akhir, Kawi Awal Fase Arkaik, Kawi Awal Bentuk Baku, Kawi Akhir, Pranagari, Nagari, Kuadrat-Kediri, Majapahit dan Buda/Gunung. Semua jenis aksara tersebut menyertakan angka dan ternyata bentuk angka 0 yang digunakan adalah *shunya*. Hanya aksara Rejang dan Lontarak yang memiliki bentuk angka 0 bukan *shunya* ataupun *bindu*.

Lafal Nol

Angka nol telah masuk ke Eropa pada abad 11 Masehi melalui Spanyol. Saat itu di Spanyol terdapat sarjana-sarjana Muslim dan Kristen. Sarjana Kristen tidak langsung menerima nol, baik dengan alasan praktis maupun idiologis. Leonardo Fibonacci dari Italia adalah sarjana Kristen yang mampu melihat keunggulan nol. Awal abad 13 Masehi, ia menyebarkan nol agar diterima para sarjana, bankir, dan pedagang Eropa. Atas jasa Fibonacci, pada akhirnya Eropa menerima 0 sebagai dijit terakhir (kesepuluh) sekaligus menerima semua bentuk angka Hindu-Arab. Penerimaan sepuluh buah dijit Hindu-Arab mengantarkan Eropa memasuki masa *aufklarung* (pencerahan).

Mungkin kita bertanya bagaimana Fibonacci dan orang Italia pada umumnya melafalkan angka 0? Manusia terlebih dahulu membangun bahasa baru kemudian tergerak untuk menciptakan aksara untuk menulis bahasa tersebut. Ini artinya lafal nol akan lebih dahulu ada dibanding lambang bilangan atau angka 0.

Setiap bahasa mempunyai lafal untuk angka 0 yang berbeda-beda dan beberapa hampir sama. Dalam bahasa Inggris terdapat kata *null* dan *zero*. Istilah *zero* digunakan untuk menamakan bentuk angka 0 yang dilafalkan *null*. Bahasa Indonesia tidak membedakan antara *null* dengan *zero* sebab keduanya diterjemahkan sebagai nol. Bentuk angkanya dinamakan nol dan juga dilafalkan nol.

Bentuk angka nol hanya dua jenis. Pertama berupa bulatan agak oval dengan bagian tengah penuh menyerupai titik/*dot* yang disebut *bindu* dan kedua berupa bulatan agak oval dengan bagian tengah kosong yang disebut *shunya*. Tambahan bentuk nol lainnya adalah mata ( ) atau kerang ( ) yang digunakan bangsa Maya, kotak persegi (□) dalam angka Bejagung (Rejang) serta bentuk untuk 0 dalam aksara Lontarak. Bentuk nol berupa titik ( ) hingga saat ini masih digunakan pada angka Arab. Kita masih mendapati bentuk 0 lainnya tetapi dengan fungsi belum selengkap 0 India atau 0 Maya. Bentuk-bentuk 0 semu tersebut antara lain *nfr* yang digunakan oleh bangsa Mesir Kuno, lima buah bentuk paku , , , atau yang

digunakan oleh bangsa Babilonia, o (*omicron*) digunakan oleh bangsa Yunani Kuno, dan *n* yang digunakan oleh Bede. Penggunaan ruang kosong atau spasi kosong juga pernah digunakan bangsa Sumeria dan Babilonia sebagai 0 semu sebelum bangsa Babilonia menggunakan keempat simbol 0 semu Babilonia di atas.

Bentuk *shunya* sekarang digunakan di seluruh dunia dan dalam matematika. Dalam bahasa Inggris, bentuk 0 *shunya* dinamakan *zero* dan dilafalkan *null*. Lafal *null* diduga muncul dari istilah *nulla* yang awalnya digunakan untuk menyebut lambang *n* yang fungsinya menyerupai 0 sekarang. Simbol *n* tersebut diambil dari huruf pertama kata *nulla* yang berarti nol atau kosong. Simbol *n* tersebut pernah di-gunakan setidaknya sekali oleh Bede, ± 725 Masehi. Simbol *n* tidak pernah populer tetapi lafal *nulla* bertahan hingga hari ini menjadi *null* (Inggris) dan nol (Indonesia). Setelah Eropa (khususnya Inggris) menerima 0, bentuk *n* ditinggalkan dan mereka mengadopsi 0 yang dinamakan *zero* tetapi tetap dilafalkan *null*.

Meskipun bentuk nol hanya dua macam tetapi pelafalannya sangat beragam. Bahasa yang berbeda akan melafalkan berbeda. Lafal-lafal nol yang sekarang ada berkembang dari lafal *shunya*. Di India, *shunya* adalah bentuk angka nol sekaligus lafal nol. Bahasa Indonesia dan beberapa bahasa daerah di Indonesia tidak menyerap lafal *shunya* tetapi menggunakan lafal nol yang diserap dari bahasa Inggris, *null*. Bahasa Inggris menyerap dari bahasa Roma/Latin, *nulla*.

Dalam bahasa Inggris, yang dinyatakan sebagai *zero* adalah *shunya*, dan *bindu* digunakan untuk menyatakan *dot* (titik). *Zero* adalah lambang bilangan dari lafal *null*. Jadi, *zero* digunakan untuk menunjukkan angka 0 yang dilafalkan dalam bahasa Inggris dengan *null* dan menunjukkan ketiadaan sesuatu. Dalam bahasa Inggris, *null* merupakan kata sifat yang berarti tidak ada, sedangkan *zero* adalah kata benda untuk menyatakan bentuk angka nol.

Lafal nol dalam bahasa India dimulai dengan *bindu*, kemudian berubah menjadi *shunya*. Bahasa-bahasa di India juga tidak membedakan antara nama angka nol dan lafal angka nol. Bentuk *dot* (titik) yang dinamakan *bindu*, dilafalkan dengan *bindu*. Bentuk agak bulat dengan bagian tengah kosong dinamakan *shunya*, dilafalkan dengan *shunya*.

Pada akhirnya, dijit kesepuluh untuk angka nol digunakan setelah bangsa Arab berinteraksi dengan orang Hindu dari India. Bentuk nol Arab tetap berupa titik ( ), bukan bulatan kosong. Bangsa Arab-Muslim lebih mengenal *shunya* daripada *bindu* sehingga bangsa Arab-Muslim menyerap kata *shunya* ke dalam bahasa mereka dengan istilah *safira, sifr*, atau *al-sifr*. Meskipun *al-sifr* diturunkan dari kata *shunya*, namun bentuk angka nol Arab berupa *bindu* (*dot*, titik).

Tampaknya, penggunaan istilah mempunyai kaitan dengan agama pelafalnya. Orang Hindu lebih memilih *bindu*. Wanita-wanita Hindu India melukisi dahinya dengan *bindu*. Masyarakat Hindu-Bali di Indonesia masih menggunakan lafal *bindu* atau *windu*. Orang Budha menggunakan *shunya* dan menciptakan *shunyata* yaitu konsep kekosongan dalam agama mereka. *Shunyata* berupa praktik spiritual mengosongkan pikiran dari segala hal. Orang Islam setia dengan *al-sifr*, *sifr* atau *safira*. Orang Malaysia mengucapkannya *sifar*. ***

Biodata Penulis

Andy Yahya Al Hakim, MT, menyelesaikan studi di Teknik Pertambangan ITB pada tahun 2011 dan tahun 2013, kemudian bekerja sebagai Asisten Akademik di Kelompok Keahlian Eksplorasi Sumberdaya Bumi FTTM – ITB. Saat ini penulis sedang menempuh program Doktor di Montanuniversität Leoben, Austria dalam bidang mineralogi dan geologi ekonomi. Penulis juga aktif menulis di blog edukasi tentang geologi, petualangan dan motivasi di Geo-Educative Blog yang dapat diakses di laman *andyyahya.com*.

Nirwan Ahmad Arsuka adalah lulusan Teknik Nuklir, Fakultas Teknik, Universitas Gadjah Mada, tahun 1995. Ia menyukai pengetahuan ilmiah, kebudayaan, dan peradaban. Semasa kuliah di Yogyakarta, ia bersama teman-temannya mendirikan kelompok studi MKP2H (Masyarakat Kajian Pengetahuan, Peradaban dan Hari Depan) dan kelompok aksi GEMPURDERU (Gerakan Masyarakat Purna Orde Baru). Sejak 2010, ia menjabat sebagai Direktur di Freedom Institute, Jakarta.

Hendra Gunawan, yang lahir di Bandung pada tahun 1964, adalah seorang matematikawan. Ia menjadi dosen di Institut Teknologi Bandung sejak tahun 1988 dan mendapatkan gelar doktor dalam bidang Mate-matika dari University of New South Wales, Sydney, pada tahun 1992. Selain sering menulis di media massa, ia juga mengasuh beberapa blog, antara lain bersains.wordpress.com, indonesia2045.com, dan anakbertanya.com.

Agung Prabowo, M.Si., meraih gelar Sarjana dalam bidang Matematika dari ITB pada tahun 1998 dan gelar Magister dalam bidang Aktuaria pada tahun 2001. Ia kemudian menjadi dosen di Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto. Saat ini ia tercatat sebagai mahasiswa Program Doktor di FPMIPA Universitas Pendidikan Indonesia dan sedang menyusun disertasi doktornya.

Iwan Pranoto lahir di Jakarta pada tahun 1961, mengajar di Institut Teknologi Bandung sejak 1988 sampai sekarang. Ia belajar khusus Matematika di ITB dan University of Toronto, Kanada. Selain mengajar di ITB, ia juga tertarik pada matematika sekolah. Tengok apa yang dilakukannya di http://pakiwan.com.

Galih Prasetya Utama adalah praktisi di bidang konsorsium keuangan dan industri ekstraksi fitofarmasi, yang juga penyuka sains terapan dan matematika. Ia adalah lulusan dari Institut Teknologi Bandung, Jurusan Sains Teknologi Farmasi, angkatan 2002. Tengok blog-nya: http://maxheartwood.wordpress.com.

Iwan Setyawan lahir di Semarang dan memperoleh gelar S1 (1996) dan S2 (1999) dari Jurusan Teknik Elektro, Institut Teknologi Bandung. Gelar S3 di bidang Teknik Elektro diperoleh dari Technische Universiteit Delft, Belanda, pada tahun 2004. Sejak tahun 2005 ia menjadi staf pengajar di Fakultas Teknik Elektronika dan Komputer, Universitas Kristen Satya Wacana, Salatiga.

L. Wilardjo adalah seorang fisikawan asal Purworejo, mendapat gelar M.Sc. dari Michigan State University (1965) dan meraih gelar doktor dalam bidang fisika pada tahun 1970. Sejak 1962 ia menjadi dosen di Universitas Kristen Satya Wacana, Salatiga, dan tahun 1998 ia diangkat sebagai Guru Besar. Tahun 1990 ia mendapat gelar Dr. H.C. dalam Sains dari Vrije Universiteit Amsterdam.

COMMONROOM
NETWORKS FOUNDATION
www.commonroom.info

9 772477 856008